МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ, НАУКИ,
МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ

Національний авіаційний університет
Інститут економіки та менеджменту
Кафедра економічної кібернетики

ТЕЗИ ДОПОВІДЕЙ
III Міжнародної науково-практичної конференції

"ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ, СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ І МОДЕЛЮВАННЯ СОЦІОЕКОЛОГОЕКОНОМІЧНИХ СИСТЕМ"

кафедра
ЕКОНОМІЧНОЇ КІБЕРНЕТИКИ
Інститиуту економіки та менеджменту

Київ
19-21 жовтня 2011 р.

Інформаційні технології, системний аналіз і моделювання соціоекологоекономічних систем», м.Київ, 19-21 жовтня 2011 р.: тези доповідей / Кафедра економічної кібернетики ФЕП ІЕМ НАУ – Київ: Допомога, 2011. – 215 с.

Наукова проблематика конференції

1. Математичні методи, моделі та інформаційні технології в економіці.
2. Інформаційно-телекомунікаційно-моніторингові технології в задачах підвищення ефективності соціоекологоекономічних систем.
3. Інформаційні технології та системний аналіз в задачах управління соціально-економічними системами.

Зміст

Стор.

націленість НТП на потреби масового виробництва. Третя вимога полягає в прискоренні розвитку науково-технічного потенціалу підприємства, що виробляє достатньо технічно складні споживчі товари довгострокового використання.

Таким чином, для ефективного впровадження НТП у виробництво необхідно створити нову систему організації, планування і фінансування НТП, що буде орієнтована на економічні методи управління.

Перелік використаної літератури:

1. Мочерний С.В. Економічна теорія. – Київ: ВЦ "Академія", 1999. – 656 с.
2. Бендерский Е.Б. Реструктуризация производства на промышленном предприятии. – Запорожье: РА "ТАНДЕМ - У", 2000 – 68 с.

ОЦІНКА СКЛАДНОСТІ ЗАДАЧІ ЗНАХОДЖЕННЯ МАКСИМАЛЬНОГО ПОТОКУ З ДОДАТКОВИМИ КОМБІНАТОРНИМИ ОБМЕЖЕННЯМИ

Ємець О.О., д. ф.-м. н., професор
yemetsli@mail.ru
Ємець Є.М., к. ф.-м. н., доцент,
yemetsli@mail.ru
Олексійчук Ю.Ф.,
Полтавський університет економіки і торгівлі
olexijchuk@gmail.com

Нехай J_n — множина n перших натуральних чисел, тобто $J_n = \{1,2,...,n\}$. Під мультимножиною $G = \{g_1, g_2,..., g_\eta\}$ будемо розуміти сукупність елементів, серед яких можуть бути й однакові (нерозрізнимі). [1]

Будь-яку мультимножину G можна представити її основою $S(G)$, тобто множиною всіх її різних елементів, та первинною специфікацією $[G]$ — списком кратностей елементів основи мультимножини.

Розглянемо k-вибірку з мультимножини G такого вигляду:

$$g = (g_{i_1}, g_{i_2},..., g_{i_k}), \tag{1}$$

де $g_{i_l} \in G$, $i_j \neq i_t$ $\forall i_j, i_t \in J_\eta$ $\forall j,t \in J_k$.

Множину $A_{\eta n}^k(G)$, елементами якої є різні упорядковані k-вибірки вигляду (1) з мультимножини G називають [1, 2] евклідовою комбінаторною множиною розміщень.

Відображення $\varphi : A_{\eta n}^k \to E_\varphi \subset R^k$ називають зануренням $A_{\eta n}^k$ в арифметичний евклідовий простір, якщо між $A_{\eta n}^k$ та E_φ існує взаємно однозначна відповідність, встановлена правилом: для $g = (g_{i_1}, g_{i_2}, ..., g_{i_k}) \in A_{\eta n}^k$, $x = \varphi(g)$, $x = (x_1, x_2, ..., x_k) \in E_\varphi$ маємо $x_j = g_j$ $\forall j \in J_k$.

Позначимо занурену евклідову комбінаторну множину на полірозміщеннях $E_{\eta n}^k(G)$ або просто $E_{\eta n}^k$.

Розглянемо задачу знаходження максимального потоку [3]. Нехай дано граф $\Gamma = (V, U)$, де V — множина вершин, U — множина ребер. Ребро, що сполучає вершини V_i та V_j позначимо u_{ij}. Граф може мати кратні ребра. В такому випадку позначатимемо ребра $u_{ij(1)}$, $u_{ij(2)}$, …, $u_{ij(p)}$, де p — кількість ребер, що сполучають вершини V_i та V_j.

Означення 1. Транспортною мережею називається орієнтований граф $\Gamma = (V, U)$, в якому кожній з дуг u_{ij} присвоєне деяке невід'ємне число $b_{ij} \geq 0$, яке називають пропускною спроможністю дуги. Принаймні одна із вершин має лише дуги, що виходять. Така вершина називається джерелом і позначається V_s. Вершина, яка має лише дуги, що входять, називається стоком і позначається V_t.

Означення 2. Потоком називають функцію $w : V \times V \to R$ з такими властивостями для будь-яких двох вершин V_i та V_j:

1. Потік не може перевищити пропускну спроможність дуги, тобто $w(u_{ij}) \leq b_{ij}$.

2. Збереження потоку у всіх вершинах, крім стоку і джерела, тобто $\sum_i w(u_{iz}) = \sum_j w(u_{zj})$ $\forall z$, $z \neq s$, $z \neq t$.

3. Антисиметричність потоку, тобто $w(u_{ij}) = -w(u_{ji})$.

Означення 3. Величиною потоку $|w|$ будемо вважати суму потоків, що виходять із джерела: $\sum_i w(u_{si}) = |w|$.

Сформулюємо задачу знаходження максимального потоку: знайти потік w, для якого величина потоку $|w|$ є максимальною.

Накладемо додаткові обмеження. Припустимо, що потік по деяких ребрах u_{ij} може пересилатися у кількості, що не перевищують деяке число $x_{ij} = g_l \in G$, тобто $w(u_{ij}) \leq x_{ij}$, де $G = \{g_1, g_2, \ldots, g_\eta\}$, причому вектор з x_{ij} є розміщенням елементів з G, тобто $x = (x_{i_1 j_1}, x_{i_2 j_2}, \ldots, x_{i_k j_k}) \in E_{\eta n}^k(G)$. [4]

Позначимо потік, що проходить через ребро u_{ij} через y_{ij}, тобто $y_{ij} = w(u_{ij})$.

Математична модель задачі є задачею евклідової комбінаторної оптимізації на розміщеннях: знайти значення x_{ij}, y_{ij}, для яких

$$f(y) = \sum_j y_{jt} \to \max \qquad (2)$$

$$\sum_i y_{iz} = \sum_j y_{zj},\ z \neq t,\ z \neq s \quad \forall i \forall j \qquad (3)$$

$$0 \leq y_{ij} \leq b_{ij} \quad \forall i \forall j \qquad (4)$$

$$y_{ij} \leq x_{ij} \quad \forall i \forall j \qquad (5)$$

$$x = (x_{i_1 j_1}, x_{i_2 j_2}, \ldots, x_{i_k j_k}) \in E_{\eta n}^k(G) \qquad (6)$$

Сформулюємо відповідну їй задачу розпізнавання властивостей [5] — задачу знаходження потоку заданої величини з додатковими комбінаторними обмеженнями: знайти потік величина якого не менша U за умов (5)-(6).

Теорема 1. Задача знаходження потоку заданої величини з додатковими комбінаторними обмеженнями є NP-повною.

Доведення. Скористаємось схемою доведення з [5].

1. Задача належить класу NP, оскільки для будь-яких значень x_{ij}, y_{ij} за поліноміальний час можна перевірити, чи перевищує потік U.

2. Візьмемо відому NP-повну задачу «Розбиття» [5]: задана скінчена множина A і «ваги» $s(a)\in Z^{+}$ для кожного $a\in A$. Чи існує підмножина $A'\subseteq A$ така, що $\sum\limits_{a\in A'} s(a)=\sum\limits_{a\in A\setminus A'} s(a)$?

3. Покажемо, що задача «Розбиття» зводиться до задачі знаходження потоку заданої величини з додатковими комбінаторними обмеженнями. Нехай $A=\{a_1,a_2,\dots,a_n\}$. Побудуємо мультимножину $G=\{0^{n-2},s(a_1),s(a_2),\dots,s(a_n)\}$. Побудуємо транспортну мережу наступної структури (Рис. 1): граф складається з трьох вершин V_s, V_t, V_1, вершини V_s та V_1, V_1 та V_t сполучені ребрами кратності $n-2$, пропускна здатність $b_{ij(p)}\geq \max\limits_{k} s(a_k)$. Нехай потрібно знайти потік, що не менший за $U=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} s(a_i)}{2}$ при комбінаторних обмеженнях $x\in G(E_{2n-2})$.

Маючи розв'язок цієї задачі, можна отримати розв'язок задачі «Розбиття», а саме: підмножина $A'=\{a_i\}$, де $s(a_i)=x_{s1(i)}$ $\forall i$, $x_{s1}\neq 0$.

4. Розв'язок задачі розбиття отримується із розв'язку задачі знаходження потоку заданої величини з додатковими комбінаторними обмеженнями за поліноміальний час. Теорема доведена.

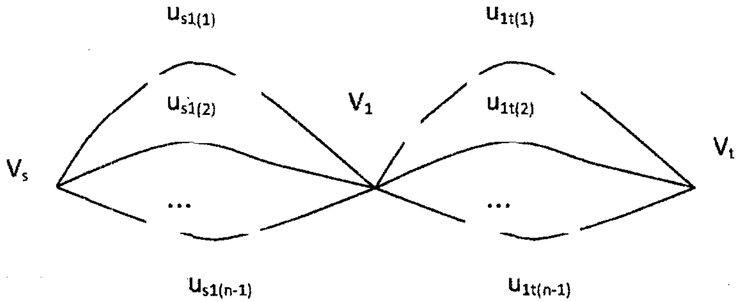

Рис 1. Транспортна мережа

Наслідок: Задача знаходження максимального потоку з додатковими комбінаторними обмеженнями є NP-важкою.

Отже, задача знаходження максимального потоку з додатковими комбінаторними обмеженнями потребує розробки спеціальних методів розв'язування.

Перелік використаної літератури:

1. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець – К.: ІСДО, 1993. –188 с.
2. Емец О. А. Комбинаторная оптимизация на размещениях / О. А. Емец., Т. Н. Барболина — К.: Наук. думка, 2008. — 159 с.
3. Ху Т. Ч. Комбинаторные алгоритмы / Ху Т. Ч., Шинг М. Т. — Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета им. Н. И. Лобачевского, 2004. — 330 с.
4. Ємець О. О. Знаходження максимального потоку в мережі з *додатковими комбінаторними обмеженнями* / О. О. Ємець, Є. М. Ємець, Ю. Ф. Олексійчук // Таврический вестник информатики и математики. — 2011. — №1. — С. 43-50.
5. Гэри М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи / Гэри М., Джонсон Д. — М.: Мир, 1982. — 416 с.