

УДК 004.588

Програмне забезпечення в методі аналізу ієрархій для системного аналізу при виборі альтернативних рішень в «ПП Ткаченко А.С.»

Д.С. Рудяга, студент гр. І-41, спеціальності «Інформатика»

Вищий навчальний заклад Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»

drudiaha@gmail.com

О.О. Ємець, д.ф.-м.н., професор

Вищий навчальний заклад Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»

yemetsli@ukr.net

Ставиться задача системного аналізу шляхом застосування методу аналізу ієрархій вибору альтернативних рішень в «ПП Ткаченко О.С.». Розробити програмне забезпечення однієї задачі системного аналізу роботи «ПП Ткаченко О.С.».

Rudiaha D.S., Lemets O.O. Software in the hierarchy analysis method for system analysis when choosing alternative solutions in the enterprise "Tkachenko AS"

The task of the system analysis by applying the method of analysis of hierarchies of choice of alternative solutions in the enterprise "Tkachenko A.S.", providing the software of one task of system analysis of Tkachenko A.S.

Ключові слова: Аналіз, системний аналіз, аналіз ієрархій, програмне забезпечення.

Keywords: Analysis, system analysis, analysis of hierarchies, software.

Метод аналізу ієрархій – це системна процедура, розроблена відомим американським математиком Т.Л. Сааті в 1977 році [1-5], і оснований на наступних принципах:

- принцип ідентичності і декомпозиції;
- принцип дискримінації і порівняльних суджень;
- принцип синтезу.

Реалізація принципу ідентичності і декомпозиції здійснюється на першому етапі застосування МАІ, в якому передбачається структурування проблеми у вигляді ієрархії. Такий підхід до розгляду складної задачі дозволяє уникнути складних порівнянь, замінивши їх попарними, і крім того має засоби для перевірки послідовності (несуперечливості) тверджень експерта. Цим пояснюється широка розповсюдженість методу, його дійсно системний характер та велика кількість практичних застосувань.

У найпростішому випадку ієрархія будується з вершини (цілі - з точки зору управління), через проміжні рівні (критерії, від яких залежать наступні рівні) до найнижчого рівня (який найчастіше є переліком альтернатив). Тобто при розв'язанні задачі аналітичного планування принцип ідентичності і декомпозиції буде застосовано рівно стільки разів скільки ієрархій прямих та зворотних процесів планування буде побудовано.

Звичайно, слід відзначити, що, як і у всіх методів системного аналізу, не існує єдиного шляху, що приводить до істини, але за умови залучення кваліфікованих експертів та досвідченого системного аналітика метод аналізу ієрархій дозволяє генерувати та відшукувати рішення, що відповідатимуть призначенню складної системи.

Принцип дискримінації і порівняльних суджень реалізується на другому етапі методу аналізу ієрархій і його суть полягає в застосуванні методу попарних порівнянь, зміст якого полягає в наступному. Нехай задана деяка фіксована множина об'єктів, які порівнюються з точки зору їх переваги, бажаності та важливості. Результати записуються у вигляді матриць попарних порівнянь, елементами яких є числа, що виражають важливість (або відносний вплив) кожних двох складових проблеми відносно елемента, що примикає з верхнього рівня ієрархії. Результат порівняння відображає не лише факт, але і степінь (силу, інтенсивність) переваги, а в задачах динамічного планування й

залежність переваг від часу. Тому елементами матриць попарних порівнянь для динамічних задач можуть бути не лише константи, а й функції залежності від часу. Для проведення суб'єктивних парних порівнянь елементів розроблено спеціальну шкалу відносної важливості, яку наведено в таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 – Шкала відносної важливості

Інтенсивність	Означення	Пояснення
1	Рівнозначна важливість	Рівний внесок двох видів діяльності в досягнення мети
3	Поміркована перевага одного над іншим	Досвід та переконаність дають суттєву перевагу одного виду діяльності над іншим
5	Суттєва або поміркована значна перевага	Досвід та переконання дають значну перевагу одного виду діяльності над іншим
7	Значна перевага	Одному виду діяльності надається настільки значна перевага, що вона є практично переважною
9	Занадто значна перевага	Перевага одного виду діяльності над іншим не викликає сумніву
2, 4, 6, 8	Проміжні значення між двома сусідніми переконаннями	Застосовується при компромісних випадках
Обернені величини наведених чисел	Якщо при порівнянні одного виду діяльності з іншим отримано одне з вищезазначених чисел, то при порівнянні іншого виду діяльності з першим отримаємо обернене значення	

Розглянута шкала відносної важливості має і декілька недоліків. Оскільки, переваги експерта, на основі яких будуються матриці попарних порівнянь та обирається найкраща альтернатива, є „прив'язаними” до певного моменту часу, і результати такого вибору можуть застосовуватися в майбутньому лише за умови стаціонарності середовища. В більшості випадків переваги експерта мають тенденцію до зміни в часі, тобто бажано знати, якими будуть переваги експерта в той чи інший момент часу.

У рядках та у стовпцях матриць попарних порівнянь записують назви компонентів, які необхідно порівняти. При заповненні матриці варто починати з лівого елемента і ставити запитання: на скільки він є важливішим за елемент вгорі? У процесі реалізації попарних порівнянь доцільно запитання формулювати ступним чином:

- який з двох варіантів важливіший чи більше впливає?
- який з двох варіантів ймовірніший?
- який з двох варіантів має більшу перевагу?

Для більшості застосувань запитання потрапляє, зазвичай, в одну з цих категорій. При порівнянні критеріїв зазвичай питають, який з критеріїв є важливішим; при порівнянні альтернатив за критеріями – яка з альтернатив є бажанішою; при порівнянні сценаріїв, які отримують з критеріїв – який зі сценаріїв є більш ймовірним.

При порівнянні елемента із самим собою відношення дорівнює одиниці. Якщо перший елемент є важливішим за другий, то використовується обране число із шкали відносної важливості (див. таблицю 1.1), у протилежному випадку використовується обернена величина. Таким чином, зворотні один одному відношення заносяться в симетричні позиції матриці, тобто матриця попарних порівнянь є обернено симетричною, і для всіх її елементів має виконуватися рівність:

$$a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}}$$

а всі елементи головної діагоналі такої матриці є одиницями.

Матриці попарних порівнянь містять однакову кількість

рядків і стовпців, а також інші корисні характеристики, такі, як власні вектори (V_i) і власні значення (λ_i), вектори локальних пріоритетів (P_i), індекс узгодженості (IY) та відношення узгодженості (BI). Існує велика кількість різних алгоритмів для знаходження цих характеристик квадратної матриці, але найчастіше для їх пошуку використовують наступні формули:

$$V_i = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n a_{ij}}$$

$$P_i = \frac{V_i}{\sum_{j=1}^n V_j}$$

Для динамічних задач матриця парних порівнянь містить функції залежності від часу у якості елементів, тому максимальне власне значення λ_{\max} , а також власний вектор V_i також будуть залежати від часу, тобто

$$A(t)V_i(t) = \lambda_{\max}(t)V_i(t),$$

де $A(t)$ – матриця попарних порівнянь об'єктів, що містить інформацію про зміну переваги однієї альтернативи над іншою на деякому проміжку часу.

У випадках невеликого розміру матриці попарних порівнянь та простої функції, що апроксимує динаміку переваг експерта, розв'язання рівняння (1.4) можна отримати в аналітичному вигляді, в більшості ж випадків розв'язок отримується за допомогою чисельних методів. Окрім того, можливо створення системи, що накопичує інформацію про реальні переваги експерта в минулих періодах та шляхом екстраполяції прогнозує їх на близьке майбутнє.

У процесі формування матриці попарних порівнянь на матрицю накладається обмеження оберненої симетричності, тобто за умовою (1.3), що сприяє поліпшенню однорідності та послідовності тверджень експерта, тобто в числових твердженнях якщо один елемент в m разів переважає інший, то останній в $1/m$ разів переважає перший (або в m разів гірший). У практичних

задачах кількісна (кардинальна) і транзитивна (порядкова) однорідність (узгодженість) порушується, оскільки експерт оцінює переваги шляхом попарних порівнянь, а тому рівність $a_{ij}a_{jk} = a_{ik}$, що повинна б була виконуватися для всіх i, j, k , буде порушуватися. Чим більші порушення цих рівностей, тим меншою мірою можна довіряти результатам опитування експерта, і це свідчитиме, насамперед, про суперечливість тверджень експерта або ж (як один з виявів цього й є суперечливість) про некомпетентність в даній предметній області.

При порушення однорідності ранг матриці попарних порівнянь відмінний від одиниці і вона буде мати декілька власних значень, а умова оберненої симетричності забезпечить невід'ємність всіх компонент головного власного вектора. Однак при невеликих відхиленнях тверджень від однорідності одне з власних значень буде істотно більше за інші і приблизно дорівнюватиме порядку матриці. Отже, для оцінки однорідності тверджень експерта доцільно використати відхилення величини максимального власного значення λ_{\max} від порядку матриці n .

Отримана в результаті опитування експерта матриця буде неузгодженою, тобто відображати певну непослідовність тверджень експерта, яка в реальних умовах неявна завжди. Корисним результатом для оцінювання неузгодженості є індекс узгодженості, який дає інформацію про ступінь порушення числової та транзитивної - порядкової узгодженості. Якщо відхилення від узгодженості перевищують межі, то доцільно їх перевірити в матриці. Індекс узгодженості розраховуємо за формулою:

$$IY = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$$

де

$$\lambda_{\max} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \lambda_j$$

$$\lambda_j = \frac{\sum_{j=1}^n a_{ij}}{V_i}$$

Обчислений індекс узгодженості порівнюємо зі значенням, яке отримується за умови випадкового вибору кількісних значень з шкали відносної важливості зі збереженням умови оберненої симетричності випадкової матриці.

Ці значення отримані з використанням генератора псевдовипадкових чисел програмним шляхом: генерується випадкова матриця заданого розміру n , в якій діагональ заповнюється одиницями, а верхня трикутна частина - числами з відносної шкали важливості, що розподілені рівномірно з

$$\frac{1}{n}$$

ймовірністю виникнення кожного значення, рівною $\frac{1}{n}$. Нижня трикутна складова заповнюється, виходячи зі співвідношення (1.3), що визначає обернену симетричну матрицю. Для з генерованої таким чином матриці розраховується значення індексу узгодженості тверджень експерта. Процедура повторюється велику кількість разів з розрахунком середнього значення, яке й вноситься до таблиці 1.2 [1-5].

Таблиця 1.2 – Значення індексу узгодженості для випадкових матриць

Розмір матриці (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Випадковий індекс (BI)	0	0	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

Відношення узгодженості є часткою від ділення індексу узгодженості на відповідне значення випадкової узгодженості, тобто

$$BY = \frac{IY}{BI}$$

Якщо отримане значення є меншим, ніж 10%, то рівень узгодженості може вважатися задовільним. У деяких випадках можна обмежитися 20%.

При практичній реалізації методу аналізу ієрархій необхідно враховувати, що для обґрунтованих числових порівнянь оптимальною кількістю є 7 ± 2 елементи. Якщо розглядається більша кількість об'єктів, то необхідно застосовувати ієрархічну декомпозицію. У цьому випадку елементи групуються таким чином, щоб у групі було приблизно сім елементів. Елемент з найбільшою вагою в класі включається також в наступний клас елементів з більшими вагами і забезпечує однорідність шкали. В інших випадках можливо введення над критеріїв зі встановленням важливості під критеріїв відносно над критеріїв.

Принцип синтезу в методі аналізу ієрархій використовується для зважування локальних пріоритетів вагами критеріїв та знаходження глобальних пріоритетів. Розрахунок глобальних пріоритетів, тобто пріоритетів альтернатив відносно всієї ієрархії, є основним завданням методу аналізу ієрархій. Вихідними даними при цьому є результати опитування експертів у вигляді матриць попарних порівнянь при всіх вузлах ієрархії за винятком рівня альтернатив (контрастних сценаріїв). Щоб виявити глобальні пріоритети альтернатив необхідно скласти ще одну матрицю G , елементами якої є вектори локальних пріоритетів кожної з альтернатив, розташовані відповідно до послідовності критеріїв. До кожного стовпця векторів цієї матриці вгорі дописується пріоритет відповідного критерію.

Пріоритети синтезують, починаючи з рівня альтернатив. Локальні пріоритети перемножують на пріоритети відповідних критеріїв на вищому рівні і знаходять суму добутків відповідних рядків. Тобто, елементами вектора глобальних пріоритетів є скалярні добутки першого рядка матриці G з кожним із нижчих рядків. Цю процедуру повторюють, доки не буде досягнуто рівня мети. Наприкінці одержують глобальний вектор пріоритетів альтернатив відносно цілі.

Розрахунок узагальненої міри узгодженості (для всієї ієрархії) здійснюється як добуток (скалярний) вектору індексів

узгодженості 2-го рівня на вектор пріоритетів 1-го рівня.

Узагальнений індекс узгодженості M рахуємо як суму індексів узгодженості 1-го та 2-го рівнів. Аналогічно розраховуються сумарний випадковий індекс.

Відношення узгодженості для всієї ієрархії обчислюється за формулою M/\tilde{M} . Якщо $BV < 0,2$ ступінь узгодженості прийнятна.

Список використаних джерел

1. Саати Т. Аналитическое планирование. Организация систем / Т. Саати, К. Кернс ; [пер. с англ.]. – М.: Радио и связь, 1991 – 224 с.

2. Рогоза М.Є. Системи підтримки прийняття рішень: навч. посіб. / М.Є. Рогоза, О.О. Ємець, Є.М. Ємець. – Полтава: ПУЕТ, 2013. – 328 с.

3. Андрейчиков А.В. Анализ, синтез, планирование решений в экономике / А.В. Андрейчиков., О.Н. Андрейчикова. – М.: Финансы и статистика, 2001 – 368 с.

4. Лямец В.И. Системный анализ. Вводный курс / В.И. Лямец, А.Д. Тевяшев. – Харьков: ХНУРЕ, 2004. – 448 с.

5. Ємець О.О. Системний аналіз інноваційної діяльності на підприємствах газовидобувної галузі України / О.О. Ємець, В.П. Світалка. – К.: Наук. думка, 2008. – 202 с.