Українська Федерація Інформатики

Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України
Вищий навчальний заклад Укоопспілки
«Полтавський університет економіки і торгівлі» (ПУЕТ)

ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН – 2017)

МАТЕРІАЛИ
VIII Всеукраїнської науково-практичної
конференції за міжнародною участю

(м. Полтава, 16–18 березня 2017 року)

За редакцією професора О. О. Ємця

Полтава
ПУЕТ
2017

УДК 004+519.7
І-74

ПРОГРАМНИЙ КОМІТЕТ

І-74 **Інформатика** та системні науки (ІСН – 2017) : матеріали VIII Всеукраїнської науково-практичної конференції за міжнародною участю (м. Полтава, 16–18 березня 2017 р.) / за ред. Ємця О. О. – Полтава : ПУЕТ, 2017. – 333 с.

ISBN 978-966-184-272-3

Збірник тез конференції містить сучасну проблематику в таких галузях інформатики та системних наук, як теоретичні основи інформатики та кібернетики, математичне моделювання й обчислювальні методи, математичне та програмне забезпечення обчислювальних машин і систем, системний аналіз і теорія оптимальних рішень. Подано доповіді, що відображають проблеми сучасної підготовки фахівців з інформатики, прикладної математики, системного аналізу та комп'ютерних інформаційних технологій.

Збірник розраховано на фахівців із кібернетики, інформатики та системних наук.

УДК 004+519.7

*Матеріали друкуються в авторській редакції мовами оригіналів.
За виклад, зміст і достовірність матеріалів відповідають автори*

ISBN 978-966-184-272-3

3. Донец Г. А. Графовый подход к решению задачи поиска радиоактивных шаров / Донец Г. А., Билецкий В. И., Ненахов Э. И. // Теорія оптимальних рішень. – Київ : Ін-т кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України, 2014. – С. 147–15.
4. Донец Г. А. Оптимальный поиск двух активных шаров на множестве заданных / Донец Г. А., Билецкий В. И., Ненахов Э. И. // Теорія оптимальних рішень. – Київ : Ін-т кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України, 2015. – С. 134–139.
5. Билецкий В. И. Алгоритмы поиска двух активных шаров на заданных множествах / Билецкий В. И., Ненахов Э. И. // Теорія оптимальних рішень. – Київ : Ін-т кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України, 2016. – С. 78–85.
6. Стецюк П. И. Об одном методе нахождения L_p-решения системы линейных уравнений / Стецюк П. И., Колесник Ю. С., Березовский О. А. // Теория оптимальных решений. – Киев : Ин-т кибернетики им. В. М. Глушкова НАН Украины, 2003. – С. 83–90.
7. Шор Н. З. Метод отсечения с растяжением пространства для решения задач выпуклого программирования / Шор Н. З. // Кибернетика. – 1977. – № 1. – С. 94–95.
8. Knopov P. S. Regression Analysis Under a Priori Parameter Restrictions / Knopov P. S., Korkhin A. S. – Springer, 2012. – 234 p.

УДК 519.85

ПРО ВЛАСТИВОСТІ ЛІНІЙНИХ БЕЗУМОВНИХ ЗАДАЧ СТОХАСТИЧНОЇ КОМБІНАТОРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ НА РОЗМІЩЕННЯХ

О. О. Ємець, *д. ф.-м. н., професор*
Вищий навчальний заклад Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»
yemetsli@ukr.net
Т. М. Барболіна, *к. ф.-м. н., доцент*
Полтавський національний педагогічний університет імені В. Г. Короленка
tm-b@ukr.net

У доповіді розглядається розв'язування лінійних задач комбінаторної оптимізації на розміщеннях без додаткових обмежень в умовах стохастичної невизначеності.

Iemets O. O., Barbolina T. M. About properties of linear unconstrained problems of stochastic combinatorial optimization on arrangements. In the article we discuss solving of linear problems of combinatorial optimization on arrangements without additional constraints under stochastic uncertainty.

Ключові слова: ОПТИМІЗАЦІЯ, РОЗМІЩЕННЯ, КОМБІНАТОРНІ ЗАДАЧІ, СТОХАСТИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ.
Keywords: OPTIMIZATION, ARRANGEMENTS, COMBINATORIAL PROBLEMS, STOCHASTIC OPTIMIZATION.

Актуальним напрямом досліджень у галузі оптимізації є вивчення властивостей оптимізаційних задач, у яких поєднуються обмеження комбінаторного характеру та різні види невизначеності (див., наприклад, [1–4]). У [4] розглянуто властивості безумовної задачі стохастичної комбінаторної оптимізації на розміщеннях, зокрема, обґрунтовано схему редукційного методу розв’язування таких задач. Дана робота присвячена уточненню окремих результатів.

Розглядаються оптимізаційні задачі, у яких мінімум (максимум) визначається на основі порівняння числових характеристик випадкових величин [5]. Нехай характеристичний вектор випадкової величини (випадкові величини позначатимемо великими літерами) визначається як $H(A)=(h_1(A),...,h_s(A))$, де $h_i(A)$ $\forall i \in J_s$ – деякі числові характеристики випадкової величини. Вважаємо, що характеристичний вектор задовольняє умову

$$h_i(aA+bB)=a^{\lambda_i}h_i(A)+b^{\lambda_i}h_i(B) \quad \forall i \in J_s. \tag{1}$$

Розглянемо лінійну безумовну задачу стохастичної оптимізації на розміщеннях: знайти пару $\left\langle L(X^*),X^*\right\rangle$ таку, що

$$L(X^*)=\min_{X\in E_\eta^k(\Gamma)}\sum_{j=1}^{k}c_jX_j, \quad X^*=\arg\min_{X\in E_\eta^k(\Gamma)}\sum_{j=1}^{k}c_jX_j, \tag{2}$$

де $X=(X_1,...,X_k)$, $L(X)=\sum_{j=1}^{k}c_jX_j$, $c_j\in R^1$ $\forall j\in J_k$, $E_\eta^k(\Gamma)$ – загальна множина розміщень [6] з елементів мультимножини $\Gamma=\{G_1,...,G_\eta\}$, які є незалежними випадковими величинами, мінімум розуміється згідно з [5]. Вважатимемо, що елементи мультимножини задовольняють умову

$$H(G_1)\le_l ... \le_l H(G_\eta). \tag{3}$$

Сформуємо мультимножини $Q_r = \{q_{r1},...,q_{r\eta}\}$, де $q_{rj} = h_r(G_j)$ $\forall j \in J_\eta$, і разом із задачею (2) розглядатимемо детерміновані задачі

$$\overline{L}_r(x') = \min_{x \in E_\eta^k(Q_r)} \sum_{j=1}^{k} c_j^{\lambda_r} x_j, \quad x' = arg \min_{x \in E_\eta^k(Q_r)} \sum_{j=1}^{k} c_j^{\lambda_r} x_j, \qquad (4)$$

де $x = (x_1, x_2, ..., x_k)$. Нехай також для всіх $r \in J_s$ $H_r(A) = (h_1(A),...,h_r(A))$, $H_0(G_i) = \varnothing$. Нехай $r \in J_s$ – таке, що елементи мультимножини Г задовольняють умову

$$H_{r-1}(G_i) = H_{r-1}(G_j) \ \ \forall i, j \in J_\eta, \ G_i, G_j \in \Gamma. \qquad (5)$$

Теорема 1 [4]. Нехай характеристичний вектор випадкової величини задовольняє умову (1), причому виконуються співвідношення (5). Тоді існує мініморь $X' \in E_\eta^k(\Gamma)$ в задачі (2) така, що виконуються умови

$$h_r(X'_j) = x'_j \ \ \forall j \in J_k, \qquad (6)$$

де $\langle \overline{L}^r(x'), x' \rangle$ – розв'язок задачі (4).

Нехай для елементів мультимножини Г виконується умова (5), коефіцієнти цільової функції задачі (4) задовольняють умову

$$c_{i_1}^{\lambda_r} \geq ... \geq c_{i_\gamma}^{\lambda_r} > 0 ... = c_{i_{\delta-1}}^{\lambda_r} > c_{i_\delta}^{\lambda_r} ... \geq c_{i_k}^{\lambda_r}. \qquad (7)$$

З умови (7) і достатньої умови мінімалі [6] випливає, що одна з мінімалей x' у задачі (4) задовольняє умови

$$x'_{i_j} = q_{rj} \ \ \forall j \in J_\gamma, \ x'_{i_t} = q_{r,\eta-k+t} \ \ \forall t \in J_k^\delta,$$

а тоді відповідно до теореми 1 для однієї з мінімалей X' у задачі (2) виконуються умови

$$h_r(X'_{i_j}) = q_{rj} \ \ \forall j \in J_\gamma, \ h_r(X'_{i_t}) = q_{r,\eta-k+t} \ \ \forall t \in J_k^\delta. \qquad (8)$$

Другу з умов можна записати таким чином $h_r\left(X'_{i_{k-\eta+j}}\right)=q_{rj}$ $\forall j\in J_\eta^{\eta-k+\delta}$. Враховуючи, що внаслідок виконання умов (5) і $X'\in E_\eta^k(\Gamma)$ виконуються рівності $H_{r-1}(X'_1)=...=H_{r-1}(X'_k)$, то також

$$H_r\left(X'_{i_j}\right)=H_r\left(G_j\right)\ \forall j\in J_\gamma,\ H_r\left(X'_{i_{k-\eta+j}}\right)=H_r\left(G_j\right)\ \forall j\in J_\eta^{\eta-k+\delta}. \quad (9)$$

Розглянемо мультимножину $\Gamma_r=\left\{H_r(G_1),...,H_r(G_\eta)\right\}$ з основою $S(\Gamma_r)=\left(\bar{H}_1,...,\bar{H}_m\right)$, елементи якої упорядковані за неспаданням, і первинною специфікацією $[\Gamma_r]=(n_1,...,n_m)$. Нехай також

$$\eta_1=1,\ \eta_{p+1}=\eta_p+n_p=1+\sum_{j=1}^{p}n_j \text{ для } p\in J_m. \quad (10)$$

Оскільки елементи мультимножини Γ задовольняють умову (3), то

$$H_r\left(G_{\eta_p}\right)=...=H_r\left(G_{\eta_p+n_p-1}\right)=\bar{H}_p,\ \ p\in J_m.$$

Для всіх $p\in J_m$ сформуємо мультимножини

$$\Gamma_r^p=\left\{G_{\eta_p},...,G_{\eta_p+n_p-1}\right\}. \quad (11)$$

Очевидно, що $\left|\Gamma_r^p\right|=n_p$. Нехай також σ – найменший індекс, для якого виконується умова $\eta_{\sigma+1}>\gamma$, τ – найбільший індекс, для якого виконується умова $\eta_\tau\le\eta-k+\delta$. Позначимо $k_p=n_p$ для $p\in J_{\sigma-1}$, $k_\sigma=\gamma-\eta_\sigma+1$; $k_p=n_p$ для $p\in J_m^{\tau+1}$, $k_\tau=$ $=\eta_{\tau+1}-\eta+k-\delta$. Отже, для всіх $p\in J_\sigma$ виконуються рівності $H_r\left(X'_{i_j}\right)=\bar{H}_p$ $\forall j\in J^{\eta_p}{}_{\eta_p+k_p-1}$, для всіх $p\in J_m^\tau$ – $H_r\left(X'_{i_{k-\eta+j}}\right)=\bar{H}_p$ $\forall j\in J_\eta^{\eta-k+\delta}$.

Нехай $\tilde{X}_j = X'_{i_j} \quad \forall j \in J_k$, тоді

$$\left(\tilde{X}_{\eta_p}, \ldots, \tilde{X}_{\eta_p + k_p - 1}\right) \in E_{n_p}^{k_p}\left(\Gamma_r^p\right) \quad \forall p \in J_\sigma, \tag{12}$$

$$\left(\tilde{X}_{k-\eta+\eta_{p+1}-n_p}, \ldots, \tilde{X}_{k-\eta+\eta_{p+1}-1}\right) \in E_{n_p}^{k_p}\left(\mathit{\Gamma}_r^p\right) \quad \forall p \in J_m^\tau. \tag{13}$$

Якщо $\sigma \neq \tau$, то точка, яка задовольняє (12), (13), належить $E_\eta^k(\mathit{\Gamma})$. Якщо $\sigma = \tau$, то $\left(\tilde{X}_{\eta_\sigma}, \ldots, \tilde{X}_{k-\eta+\eta_{\sigma+1}-1}\right)$ є елементом множини розміщень з елементів мультимножини Γ_r^σ.

Позначимо для всіх $p \in J_\sigma \cup J_{m+1}^\tau$

$$u_p = \begin{cases} \eta_p, \text{ якщо } p \le \sigma, \\ k - \eta + \eta_p, \text{ якщо } p > \tau, \\ \delta, \text{ якщо } p = \tau > \sigma, \end{cases} \tag{14}$$

$$v_p = \begin{cases} u_{p+1} - 1, \text{ якщо } p < \sigma \text{ або } p \ge \tau, \\ \gamma, \text{ якщо } p = \sigma < \tau \\ u_{\tau+1} - 1, \text{ якщо } p = \sigma = \tau, \\ \eta, \text{ якщо } p = m. \end{cases} \tag{15}$$

Тоді $\forall p \in J_\sigma \cup J_m^\tau \quad \left(\tilde{X}_{u_p}, \ldots, \tilde{X}_{v_p}\right) \in E_{n_p}^{l_p}\left(\mathit{\Gamma}_r^\sigma\right)$, де $l_p = v_p - u_p + 1$, причому $\left(\tilde{X}_{u_1}, \ldots, \tilde{X}_{v_m}\right) = \left(\tilde{X}_1, \ldots, \tilde{X}_k\right) \in E_\eta^k(\mathit{\Gamma})$.

Теорема 2. Нехай характеристичний вектор випадкової величини задовольняє умову (1), причому виконуються співвідношення (5) і (7). Нехай також мультимножини Γ_r^p визначаються згідно з (10), (11), σ – найменший індекс, для якого виконується умова $\eta_{\sigma+1} > \gamma$, τ – найбільший індекс, для якого виконується умова $\eta_\tau \le \eta - k + \delta$, індекси u_p і v_p визначаються згідно з (14), (15), $l_p = v_p - u_p + 1$. Тоді існує мінімаль X^* у задачі (2), яка задовольняє умови $X_{i_j}^* = \tilde{X}_j^* \quad \forall j \in J_{u_p}^{v_p}$, де для всіх $p \in J_\sigma \cup J_m^\tau$ справедливе співвідношення

$$\left(\tilde{X}^*_{u_p},...,\tilde{X}^*_{v_p}\right)=\underset{\left(\tilde{X}_{u_p},...,\tilde{X}_{v_p}\right)\in E^{l_p}_{n_p}\left(\Gamma^p_r\right)}{\arg\min}\sum_{j=u_p}^{v_p}c_{i_j}\tilde{X}_j\,. \tag{16}$$

Доведення. Нехай точка X' – мініналь у задачі (2), яка задовольняє (8). Тоді $\forall p\in J_\sigma\cup J^\tau_m$ $\left(\tilde{X}_{u_p},...,\tilde{X}_{v_p}\right)\in E^{l_p}_{n_p}\left(\Gamma^\sigma_r\right)$, де $\tilde{X}_j=X'_{i_j}$ $\forall j\in J^{u_p}_{v_p}$. Нехай також $\left(\tilde{X}^*_{u_p},...,X^*_{v_p}\right)$ є мінімаллю функції $\sum_{j=u_p}^{v_p}c_{i_j}\tilde{X}_j$ на множині $E^{l_p}_{n_p}\left(\Gamma^r_p\right)$ ($p\in J_\sigma\cup J^\tau_m$), звідси $H\left(\sum_{j=u_p}^{v_p}c_{i_j}\tilde{X}^*_j\right)\le_l H\left(\sum_{j=u_p}^{v_p}c_{i_j}\tilde{X}'_j\right)$.

Оскільки $L(X)=\sum_{p=1}^{\sigma}\sum_{j=u_p}^{v_p}c_{i_j}X_{i_j}+\sum_{p=\tau}^{k}\sum_{j=u_p}^{v_p}c_{i_j}X_{i_j}$ (якщо $\sigma\ne\tau$, то відповідні коефіцієнти цільової функції дорівнюють нулю), то для $X^*=\left(X^*_1,...,X^*_k\right)$, де $X^*_{i_j}=\tilde{X}^*_j$ $\forall j\in J^{u_p}_{v_p}$ $\forall p\in J_\sigma\cup J^\tau_k$, маємо

$$H\left(L\left(X^*\right)\right)=\sum_{p=1}^{\sigma}H\left(\sum_{j=u_p}^{v_p}c_{i_j}X^*_{i_j}\right)+\sum_{p=\tau}^{k}H\left(\sum_{j=u_p}^{v_p}c_{i_j}X^*_{i_j}\right)=$$

$$=\sum_{p=1}^{\sigma}H\left(\sum_{j=u_p}^{v_p}c_{i_j}\tilde{X}^*_{i_j}\right)+\sum_{p=\tau}^{k}H\left(\sum_{j=u_p}^{v_p}c_{i_j}\tilde{X}^*_{i_j}\right)\le_l$$

$$\le_l\sum_{p=1}^{\sigma}H\left(\sum_{j=u_p}^{v_p}c_{i_j}\tilde{X}'_j\right)+\sum_{p=\tau}^{k}H\left(\sum_{j=u_p}^{v_p}c_{i_j}\tilde{X}'_j\right)=H\left(L\left(X'\right)\right).$$

З іншого боку, $H\left(L\left(X'\right)\right)\le_l H\left(L\left(X^*\right)\right)$, оскільки $X^*\in E^k_\eta(\Gamma)$ і X' – мініналь у задачі (2). Отже, $H\left(L\left(X^*\right)\right)=H\left(L\left(X'\right)\right)$, тобто X^* також є мінімаллю в задачі (2). Теорему доведено.

У доповіді обґрунтовано властивості розв'язку лінійної безумовної задачі стохастичної комбінаторної оптимізації на розміщеннях у випадку, коли екстремум визначається на основі порівняння числових характеристик випадкових величин.

Список використаних джерел

1. Сергиенко И. В. Задачи оптимизации с интервальной неопределенностью: метод ветвей и границ / И. В. Сергиенко, О. А. Емец, А. О. Емец // Кибернетика и системный анализ. – 2013. – № 5. – С. 38–50.
2. Емец О. А. О комбинаторной оптимизации в условиях неопределенности / О. А. Емец, А. А. Роскладка // Кибернетика и системный анализ. – 2008. – № 5. – С. 35–44.
3. Ємець О. О. Розв'язування задач комбінаторної оптимізації на нечітких множинах [Електронний ресурс] / О. О. Ємець, Ол-ра О. Ємець. – Полтава : ПУЕТ, 2011. – 239 с. – Режим доступу: http://dspace.puet.edu.ua/handle/123456789/352/. – Назва з екрана.
4. Емец О. А. Решение линейных безусловных задач комбинаторной оптимизации на размещениях со стохастической неопределенностью / О. А. Емец, Т. Н. Барболина // Кибернетика и системный анализ. – 2016. – № 3. – С. 141–153.
5. Барболина Т. Н. О подходе к оптимизации с вероятностной неопределенностью с использованием упорядочивания случайных величин / Т. Н. Барболина // Вісник Запорізького національного університету : зб. наук. ст. Фізико-математичні науки. – 2016. – № 1. – С. 11–20.
6. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації [Електронний ресурс] / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець. – Київ : Ін-т системн. досліджень освіти, 1993. – 188 с. – Режим доступу: http://dspace.puet.edu.ua/handle/123456789/487. – Назва з екрана.

УДК 519.85

СТОХАСТИЧНІ Й ДЕТЕРМІНОВАНІ ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ НА РОЗМІЩЕННЯХ: МОДЕЛІ, МЕТОДИ АЛГОРИТМИ

О. О. Ємець, *д. ф.-м. н., професор*
Вищий навчальний заклад Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»
yemetsli@ukr.net
Т. М. Барболіна, *к. ф.-м. н., доцент*
Полтавський національний педагогічний університет імені В. Г. Короленка
tm-b@ukr.net

У доповіді наведено огляд останніх результатів щодо розв'язування задач комбінаторної оптимізації на розміщеннях, у тому числі з імовірнісною невизначеністю. Розглянуто властивості задач, методи їх розв'язування, питання побудови моделей прикладних задач.