

УДК 519.6

МОНОГРАФІЯ
«НОВІ ІНФОРМАЦІЙНІ ОПЕРАТОРИ В
МАТЕМАТИЧНОМУ МОДЕЛЮВАННІ»

І. В. Сергієнко, академік НАН України, д. ф.-м. н.
Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України
О. М. Литвин, професор, д. ф.-м. н.
Українська інженерно-педагогічна академія

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА.

СПИСОК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ.

ЧАСТИНА 1. КЛАСИЧНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ОПЕРАТОРИ В
МАТЕМАТИЧНОМУ МОДЕЛЮВАННІ.

- 1.1. Математичні моделі на основі фундаментальних законів.
 - 1.1.1. Основні поняття математичного моделювання.
 - 1.1.2. Фундаментальні закони природи.
 - 1.1.3. Приклади моделей, отриманих з фундаментальних законів природи.
- 1.2. Математичні моделі на основі варіаційних принципів.
 - 1.2.1. Основні твердження варіаційного числення.
 - 1.2.2. Рівняння Ейлера-Лагранжа для мінімізації функціоналу.
 - 1.2.3. Рівняння руху у формі Лагранжа.
 - 1.2.4. Математична модель руху рідини: система рівнянь Нав'є-Стокса.
- 1.3. Математичні моделі складноформалізованих та складних об'єктів і явищ.
 - 1.3.1. Математичні моделі в медицині.
 - 1.3.2. Деякі моделі суперництва.
 - 1.3.3. Деякі моделі фінансових і економічних процесів.

ЧАСТИНА 2. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ НА ОСНОВІ
ІНТЕРЛІНАЦІЇ ФУНКЦІЙ.

- 2.1. Інтерлінація функцій. Деякі типи операторів інтерлінації.
 - 2.1.1. Означення інтерлінації функцій. Приклади задач, які приводять до інтерлінації функцій.

2.1.2. Поліноміальна інтерлінація без збереження класу диференційовності.

2.1.2.1. Явні формули для операторів поліноміальної інтерлінації функцій двох змінних на системі взаємно перпендикулярних прямих.

2.1.2.2. Найкраща в $L_1[-1,1]^2$ лагранжева поліноміальна інтерлінація функцій двох змінних на системі взаємно перпендикулярних прямих.

2.1.3. Рациональна інтерлінація функцій двох змінних без збереження класу диференційовності.

2.1.3.1. Рациональна інтерлінація функцій двох змінних на перетинних прямих.

2.1.3.2. Рациональна інтерлінація функцій двох змінних на трикутнику T .

2.1.4. Оператори сплайн-інтерлінації із заданими проєкціями на системі прямих, паралельних осям координат.

2.1.5. Інтерлінаційний метод скінченних елементів (ІМСЕ) розв'язання початково-крайових задач теплопровідності з двома просторовими змінними.

2.2. Методи побудови плоских зображень, що поступають з комп'ютерного томографа.

2.2.1. Теорема Й. Радона та їх використання в комп'ютерній томографії.

2.2.2. Оператори, що мають задані коефіцієнти Фур'є $a_j(f)$, $j = 0, 1, \dots, n$ та одночасно інтерполюють функцію $f(x)$ в r ($r \geq 1$) точках $x = x_k$, $k = 1, \dots, r$.

2.2.3. Оператори, що мають задані коефіцієнти Фур'є $a_{ij}(f)$, $i, j = 0, n$ і одночасно інтерполюють функцію $f(x, y)$ в r^2 точках $x = x_k$, $k = \overline{1, r}$, $y = y_\ell$, $\ell = \overline{1, r}$.

2.2.4. Оцінка похибки наближення диференційовних функцій операторами сплайн-інтерполяції із даним значенням інтегралу

ЧАСТИНА 3. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ НА ОСНОВІ ІНТЕРФЛЕТАЦІЇ ФУНКЦІЙ.

3.1. Інтерфлетація функцій. Деякі типи операторів інтерфлетації функцій.

3.1.1. Інтерфлетація функцій. Задачі прикладного характеру, що приводять до інтерфлетації функцій трьох змінних.

3.1.2. Раціональна інтерфлетація на M площинах в R^n , $n \geq 3$.

3.1.2.1. Раціональна інтерфлетація на M площинах без збереження класу $C^r(R^n)$, $n \geq 3$.

3.1.2.2. Раціональна інтерфлетація $f(x, y, z)$ на системі площин із збереженням класу $C^r(R^3)$.

3.1.3. Поліноміальна інтерфлетація на системі взаємно перпендикулярних площин.

3.1.3.1. Інтерфлетація на системі n ($n = 3$) площин, паралельних координатним.

3.1.3.2. Лагранжева інтерфлетація на системі площин, паралельних координатним.

3.1.4. Сплайн-інтерфлетація на системі взаємно перпендикулярних площин, паралельних координатним площинам.

3.1.5. Сплайн-інтерлінація на основі інтерфлетації.

3.1.6. Інтерфлетація функцій на паралелепіпедах та тетраедрах з однією криволінійною гранню.

3.2. Томографічні методи з використанням інтерфлетації функцій трьох змінних.

3.2.1. Математичне моделювання в комп'ютерній томографії з використанням раціональної інтерфлетації на M площинах за відомими томограмами на цих площинах без збереження класу $C^r(R^3)$.

3.2.2. Математичне моделювання в комп'ютерній томографії з використанням раціональної інтерфлетації за відомими томограмами, заданими на системі будь-яких площин із збереженням класу $C^r(R^3)$.

3.2.3. Математичне моделювання в комп'ютерній томографії з використанням оператора поліноміальної інтерфлетації функції трьох змінних, якщо відомі томограми на системі перерізаних площин.

3.2.4. Відновлення тривимірної функції за допомогою економних схем інтерполяції функції, що побудовані за допомогою інтерфлетації.

3.2.5. Відновлення тривимірних об'єктів за їх томограмами на системі трьох груп перерізаних площин з використанням інтерфлетації функції.

3.3. Метод ЛІДР.

ЧАСТИНА 4. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ НА ОСНОВІ ІНТЕРСТРІПАЦІЇ ТА ІНТЕРЛОКАЦІЇ ФУНКЦІЙ.

4.1. Інтерстріпація функцій.

4.1.1. Методи відновлення зображень.

4.1.2. Математичне моделювання освітленості поверхні тіла операторами інтерстріпації між паралельними смугами.

4.1.3. Математичне моделювання освітленості поверхні тіла операторами інтерстріпації між взаємноперпендикулярними смугами, розташованими у певному порядку.

4.1.4. Математичне моделювання освітленості поверхні тіла операторами інтерстріпації між взаємноперпендикулярними смугами.

4.1.5. Чисельна реалізація методу інтерстріпації функцій двох змінних.

4.1.5.1. Чисельна реалізація методу інтерстріпації функцій між паралельними горизонтальними смугами.

4.1.5.2. Чисельна реалізація методу інтерстріпації функцій між паралельними вертикальними смугами.

4.1.5.3. Чисельна реалізація методу інтерстріпації функцій між взаємноперпендикулярними смугами, розташованими у певному порядку.

4.1.5.4. Чисельна реалізація методу інтерстріпації функцій між взаємноперпендикулярними смугами.

4.2. Інтерлокація функцій.

ЧАСТИНА 5. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ НА ОСНОВІ МІШАНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ ФУНКЦІЙ.

5.1. Наближення функції двох змінних, заданої значеннями в точках або слідами на системі взаємно перпендикулярних прямих, сумами добутків функцій однієї змінної.

5.1.1. Наближення функції $f(x, y)$, заданої слідами на системі взаємно перпендикулярних прямих, сумами добутків функцій однієї змінної в нормі $L_2[0,1]^2$.

5.1.2. Наближення функції $f(x, y)$, заданої значеннями $f(x_i, y_j)$, $0 \leq i, j \leq M$, сумами добутків функцій однієї змінної.

5.1.3. Наближення функції $f(x, y)$, заданої слідами на системі взаємно перпендикулярних прямих з похибками, сумами добутків функцій однієї змінної.

5.2. Апроксимація функцій двох змінних з допомогою операторів класичної, мішаної та узагальненої двовимірної вейвлет-апроксимації.

5.2.1. Наближення функцій однієї змінної вейвлетами Хаара та деякі аспекти їх чисельної реалізації.

5.2.2. Класична вейвлет-апроксимація функцій двох змінних.

5.2.3. Мішана вейвлет-апроксимація функцій двох змінних.

5.2.4. Узагальнена двовимірна вейвлет-апроксимація функцій двох змінних, побудована на основі мішаної апроксимації вейвлетами Хаара.

5.2.5. Використання мішаної апроксимації кусково-сталими сплайнами для опису 2D образів.

5.2.5.1. Методи наближення функцій однієї змінної кусково-сталими сплайнами.

5.2.5.2. Методи наближення функцій двох змінних кусково-сталими сплайнами.

5.2.5.3. Оптимальна апроксимація кусково-сталими сплайнами двох змінних.

5.2.6. Мішана апроксимація функцій трьох змінних (загальний випадок).

5.3. Томографічні методи з використанням мішаної апроксимації функцій двох та трьох змінних.

5.3.1. Просторова математична модель 3D тіла за допомогою рентгенівських знімків в двох взаємно перпендикулярних напрямках.

5.3.2. Просторова математична модель 3D тіла за допомогою рентгенівських знімків в трьох взаємно перпендикулярних напрямках.

5.3.3. Просторова математична модель 3D тіла за допомогою томограм на взаємно перпендикулярних площинах, паралельних координатним з використанням поліномів Бернштейна.

5.3.4. Просторова математична модель структури плоского тіла за допомогою коефіцієнтів Фур'є.

ЧАСТИНА 6. ЦИФРОВА ОБРОБКА БАГАТОВИМІРНИХ СИГНАЛІВ

6.1. Оптимальні за порядком точності кубатурні формули обчислення інтегралів від швидкоосцилюючих функцій двох змінних.

6.1.1. Цифрова обробка сигналів: сутність, методологія.

6.1.2. Означення оптимальних та близьких до них оптимальних алгоритмів та одновимірних кубатурних формул.

6.1.3. Оптимальні за порядком точності кубатурні формули обчислення інтегралів від швидкоосцилюючих функцій двох змінних.

6.1.3.1. Для випадку, коли інформація задана слідами функції $f(x, y)$ на лініях.

6.1.3.2. Для випадку, коли інформація задана слідами функції $f(x, y)$ на оптимально вибраних лініях на класі функцій $L_1[-1, 1]^2$.

6.2. Оптимальні за порядком точності кубатурні формули обчислення інтегралів від швидкоосцилюючих функцій трьох змінних.

6.2.1. Для випадку, коли інформація задана слідами функції $f(x, y, z)$ на площинах.

6.2.2. Для випадку, коли інформація задана слідами функції $f(x, y, z)$ на оптимально вибраних площинах на класі функцій $L_1[-1, 1]^3$.

6.2.3. Для випадку, коли інформація задана значеннями функції $f(x, y, z)$ в точках.

6.2.3.1. Для класу $H_1^{3,r}(M, \overline{M}, M)$, $r = 1, 2$ на основі лінійних інтерполянтів, побудованих з використанням інтерфлетації функцій.

6.2.3.2. Для класу $H_1^{3,r}(M)$, $r = 1, 2$ на основі кусково-сталих та лінійних класичних інтерполянтів.

6.2.3.3. Про переваги кубатурних формул з використанням кусково-сталих та лінійних інтерполянтів, побудованих з використанням інтерфлетації функцій.

6.2.4. Для випадку, коли інформація задана слідами функції $f(x, y, z)$ на площинах, що розбивають область на паралелепіпеді.

ЧАСТИНА 7. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТРИВИМІРНИХ ТІЛ, СТРУКТУРА ЯКИХ ЗМІНЮЄТЬСЯ З ЧАСОМ, ЗА ДОПОМОГОЮ ТОМОГРАФІЧНИХ МЕТОДІВ.

7.1. Методи розв'язання 4D комп'ютерної томографії.

7.1.1. Алгебраїчні та аналітичні методи відновлення динамічного тривимірного тіла при конусно-променевої томографії.

7.1.2. Методи відновлення динамічного тривимірного тіла при віяльній томографії.

7.2. Математичне моделювання динамічної внутрішньої структури тривимірного тіла.

7.2.1. Побудова чотиривимірної математичної моделі динамічної внутрішньої структури тривимірного тіла.

7.2.2. Обчислювальний експеримент.

ПІСЛЯМОВА

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК