**УДК 519.6**

# ОДНА ТЕОРЕМА ПРО ВИБІР ПАРАМЕТРІВ У ФОРМУЛІ ЕРМІТОВОЇ ІНТЕРЛІНАЦІЇ ІЗ ЗБЕРЕЖЕННЯМ КЛАСУ ДИФЕРЕНЦІЙОВАНОСТІ

***Н. Л. Сосницька****, магістр,*
*Бердянський державний педагогічний університет, спеціальність-математика*
*sosnickaya19@rambler.ru*
***Науковий керівник: О. М. Литвин****, д. ф.-м. н., професор*
*Українська інженерно-педагогічна академія*
*academ_mail@ukr.net*

*Досліджуються питання про вибір параметрів у формулах інтерлінації з автоматичним збереженням класу диференційовності.*

*Sosnitskaya N. L. This paper examines of selecting the parameters in the formulas interlineations with preservation class differentiation.*

*Ключові слова*: ФОРМУЛА ТЕЙЛОРА, ФОРМУЛА ЕРМІТОВОЇ ІНТЕРЛІНАЦІЇ, ЗБЕРЕЖЕННЯ КЛАСУ ДИФЕРЕНЦІЙОВНОСТІ.
*Keywords:* TAYLOR'S FORMULA, EHMITIAN INTERLINEATION FORMULA, SAVING OF DIFFERENTIATION.

В [1] запропоновані і досліджені формули для операторів відновлення функцій двох змінних з використанням їх слідів та слідів їх частинних похідних за змінною у на одній лінії або на системі неперетинних ліній. У вказаних формулах вважаються заданими параметри $\beta_{s,i}, 0 \le s,i \le N$ за допомогою яких знаходяться невідомі коефіцієнти $\lambda_{s,i}, 0 \le s,i \le N$ шляхом розв'язання відповідних систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

В даній доповіді формулюється теорема про вибір інтервалу $[-b,b]$, якому належать всі параметри $\beta_i$ у формулі, що визначається в теоремі.

Оператор Тейлора за однією змінною

$$T_N f(x,y)=\sum_{s=0}^{N} f^{(0,s)}(x,\gamma(x))\frac{(y-\gamma(x))^s}{s!},$$
$$f^{(0,s)}(x,\gamma(x))=\left.\frac{\partial^s f(x,y)}{\partial y^s}\right|_{y=\gamma(x)}.$$

має властивості

$$\left.\frac{\partial^q T_N f(x,y)}{\partial y^q}\right|_{y=\gamma(x)}=\left.\frac{\partial^q f(x,y)}{\partial y^q}\right|_{y=\gamma(x)},0\le q\le N$$

$$f\in C^r(R^2)\bigcap f^{(0,s)}(x,\gamma(x))\in C^{r-s}(R),0\le s\le N\le r$$
$$\Rightarrow T_N f\in C^{r-N}(R^2).$$

Тобто цей оператор, який є класичним узагальненням оператора Тейлора, за змінною $y$ не зберігає клас диференційовності $C^r(R^2)$. Це твердження, зокрема, виконується для функцій

$$f(x,y)=|x+y-1|^{2q+1}\in C^{2q}(R^2),\ f\notin C^{2q+1}(R^2),q=0,1,\ldots$$

Але оператор

$$O_N f(x,y)=\sum_{\ell=1}^{N}\lambda_{0,\ell} f\left(x+\beta_{0,\ell}(y-\gamma(x)),\gamma(x)\right)+$$
$$+\sum_{s=1}^{N}\sum_{\ell=1}^{N}\lambda_{s,\ell}\int_0^{x+\beta_{s,\ell}(y-\gamma(x))} f^{(0,s)}(t,\gamma(t))\frac{\left(x+\beta_{s,\ell}(y-\gamma(x))-t\right)^{s-1}}{(s-1)!}dt,$$

де $\beta_{s,\ell}\in[-1,1],s=\overline{0,N},\ell=\overline{0,N}$ - задані різні числа, невідомі $\lambda_{s,\ell},s=\overline{0,N},\ell=\overline{0,N}$ для кожного цілого $s\in[0,N]$ знаходяться шляхом розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\sum_{\ell=1}^{N}\lambda_{s,\ell}\left(\beta_{s,\ell}\right)^p=\delta_{p,s},0\le p\le N.$$

**Теорема 1.** Оператор $O_N f$ має властивості

$$f \in C^r\left(R^2\right) \bigcap f^{(0,s)}(x,\gamma(x)) \in C^{r-s}(R), s=\overline{0,N} \Rightarrow O_N f \in C^r\left(R^2\right)$$

$$\left.\frac{\partial^q O_N f\left(x,y\right)}{\partial y^q}\right|_{y=\gamma(x)} = \left.\frac{\partial^q f\left(x,y\right)}{\partial y^q}\right|_{y=\gamma(x)}, 0 \le q \le N, N \le r.$$

**Теорема 2.** Якщо параметри $\beta_i \in [-1,1], 1 \le b < \infty, i=\overline{0,N}$ у формулі $O_N f(x,y)$ замінити на $b\beta_i, i=\overline{0,N}$, то коефіцієнти $\lambda_{s,i}$ заміняться на $\lambda_{s,i} b^{-s}, 0 \le s,i \le N$ Тобто, $\lambda_{0,i} b^{-s}, 0 \le i \le N$ не залежить від $b$. Наприклад, для $N=1$, то

$$\lambda_{0,0} = \frac{\beta_1}{\beta_1-\beta_0}, \lambda_{0,1} = \frac{-\beta_0}{\beta_1-\beta_0}. \quad \lambda_{1,0} = \frac{-1}{\beta_1-\beta_0}, \lambda_{1,1} = \frac{1}{\beta_1-\beta_0}.$$

Для $N=2$

$$\lambda_{0,0} = \frac{\beta_1\beta_2}{\beta_{0^2}-\beta_0\beta_1-\beta_0\beta_2+\beta_1\beta_2} \lambda_{1,0} = \frac{\beta_1+\beta_2}{\beta_{0^2}-\beta_0\beta_1-\beta_0\beta_2+\beta_1\beta_2} \lambda_{2,0} = \frac{1}{\beta_{0^2}-\beta_0\beta_1-\beta_0\beta_2+\beta_1\beta_2}$$

$$\lambda_{0,1} = \frac{\beta_0\beta_2}{\beta_{0^2}-\beta_0\beta_1-\beta_0\beta_2+\beta_1\beta_2} \lambda_{1,1} = \frac{\beta_0+\beta_2}{\beta_{0^2}-\beta_0\beta_1-\beta_0\beta_2+\beta_1\beta_2} \lambda_{2,1} = \frac{1}{\beta_{0^2}-\beta_0\beta_1-\beta_0\beta_2+\beta_1\beta_2}$$

$$\lambda_{0,2} = \frac{\beta_0\beta_1}{\beta_{0^2}-\beta_0\beta_1-\beta_0\beta_2+\beta_1\beta_2} \lambda_{1,2} = \frac{\beta_0+\beta_1}{\beta_{0^2}-\beta_0\beta_1-\beta_0\beta_2+\beta_1\beta_2} \lambda_{2,2} = \frac{1}{\beta_{0^2}-\beta_0\beta_1-\beta_0\beta_2+\beta_1\beta_2}$$

**Висновок**. Таким чином, з теореми 2 випливає, що параметри $\beta_i$ можна вибирати із інтервалу $[-1,1]$.

## *Література*

1. Литвин О. М. Побудова та дослідження оператора наближення функцій двох змінних із збереженням класу диференційовності за слідами їх похідних до фіксованого порядку на заданій лінії / І. В. Сергієнко, О. М. Литвин, О. О. Литвин, О. В. Ткаченко, О. Л. Грицай // Проблеми машинобудування. – 2016. – Т. 19, № 2. – С. 50-57.