

УДК 519.6

**ТЕСТУВАННЯ КУБАТУРНИХ ФОРМУЛ ОБЧИСЛЕННЯ ІНТЕГРАЛІВ ВІД ШВИДКООСЦИЛЮЮЧИХ ФУНКЦІЙ ДВОХ ЗМІННИХ НА КЛАСІ  $H_1^{2,1}(M, M)$**

**О. Ю. Коленцева**, магістр

Бердянський державний педагогічний університет

a.kolenceva92@gmail.com

*Наводяться результати тестування кубатурної формули чисельного інтегрування швидкоосцилюючих функцій двох змінних на класі диференційовних функцій, що задані слідами на лініях.*

*Kolientseva A. Y. The test results of numerical integration of highly oscillating functions of two variables are given on the class of differentiable functions. Information about functions is a set of lines.*

*Ключові слова:* КУБАТУРНА ФОРМУЛА, ІНТЕГРАЛ ВІД ШВИДКООСЦИЛЮЮЧОЇ ФУНКЦІЇ ДВОХ ЗМІННИХ, ТЕСТУВАННЯ.

*Keywords:* CUBATURE FORMULA, INTEGRAL FROM HIGHLY OSCILLATING FUNCTION OF GENERAL VIEW.

Сучасний етап розвитку цифрової обробки сигналів та зображень характеризується математичними моделями, які містять нові типи задання інформації. Задача наближеного обчислення інтегралів від швидкоосцилюючих функцій двох змінних має як класичне розв'язання, так і у випадку різних інформаційних операторів [1-3]. Однак менше уваги приділено тестуванню вищезазначених кубатурних формул. Предметом тестування в даній доповіді є кубатурна формула обчислення інтегралу від швидкоосцилюючих функцій двох змінних виду

$$I_1^2(m, n) = \int_0^1 \int_0^1 f(x, y) \sin 2\pi mx dx \sin 2\pi ny dy,$$

що побудована на основі використання операторів інтерлінації функцій у випадку, коли інформація про функцію  $f(x, y)$  задається її слідами на взаємно перпендикулярних лініях.

Розглянемо  $H_1^{2,1}(M, M)$  – клас дійсних функцій, визначених на  $G = [0, 1]^2$  і таких, що

$$\left| f^{(1,0)}(x, y) \right| \leq M, \quad \left| f^{(0,1)}(x, y) \right| \leq M, \quad \left| f^{(1,1)}(x, y) \right| \leq M.$$

Для обчислення  $I_1^2(m, n)$  тестувалася формула

$$\begin{aligned} \Phi_1^2(m, n) = & \sum_{k=0}^{\ell} \int_0^1 h_{1k}(x) \sin 2\pi m x dx \int_0^1 f(x_k, y) \sin 2\pi n y dy + \\ & + \sum_{j=0}^{\ell} \int_0^1 H_{1j}(y) \sin 2\pi n y dy \int_0^1 f(x, y_j) \sin 2\pi m x dx - \\ & - \sum_{k=0}^{\ell} \sum_{j=0}^{\ell} f(x_k, y_j) \int_0^1 h_{1k}(x) \sin 2\pi m x dx \int_0^1 H_{1j}(y) \sin 2\pi n y dy, \end{aligned}$$

де  $h_{1k}(x)$ ,  $H_{1j}(y)$  – сплайни першого порядку та квадратурні формули

$$\begin{aligned} \Phi S 1s(m) &= \sum_{k=0}^{\ell} g(x_k) \int_0^1 h_{1k}(x) \sin 2\pi m x dx, \\ \Phi S 2s(n) &= \sum_{j=1}^{\ell} h(y_j) \int_0^1 H_{1j}(y) \sin 2\pi n y dy \end{aligned}$$

наближеного обчислення інтегралів функцій однієї змінної

$$I 1s(m) = \int_0^1 g(x) \sin 2\pi m x dx, \quad I 2s(n) = \int_0^1 h(y) \sin 2\pi n y dy.$$

Для функції  $f(x, y) = \frac{1}{2}(\cos(2x - 2y) - \cos(2x + 2y))$  справедливі наступні чисельні результати обчислення

$I_1^2(2,3) = 0.00362210009505$ ,  $I_1^2(5,6) = 0.000702940674424$  за кубатурою формулою  $\Phi_1^2(m,n)$ . Обчислення проводились в СКМ MathCad 15.

Таблиця 1

$m$	$n$	$\ell$	$Es_m =  I1s(m) - \Phi S1s(m) $	$Es_n =  I2s(n) - \Phi 2s(n) $
2	3	5	0.001108375445972	0.000892439171828
2	3	1 0	0.000253777815058	0.000172895620997
5	6	2 0	0.000025265764196	0.000021453058649

Таб. 1. Похибки  $Es_m$ ,  $Es_n$ .

Таблиця 2

$m$	$n$	$\ell$	$Es_m \cdot Es_n$	$Es_{mn} =  I_1^2 - \Phi_1^2 $
2	3	5	0.000000989157665	0.000000989157665
2	3	10	0.000000043877073	0.000000043877073
5	6	20	0.00000000542028	0.00000000542028

Таб. 2. Порівняння добутку похибок  $Es_m$ ,  $Es_n$  з  $Es_{mn}$ .

### Література

1. Оптимальні алгоритми обчислення інтегралів від швидкоосцилюючих функцій та їх застосування : у 2 т. Т. 1. Алгоритми: [монографія] / І. В. Сергієнко, В. К. Задірака, О. М. Литвин, С. С. Мельникова, О. П. Нечуйвітер; Ін-т кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України. – К.: Наук. думка, 2011.– 447 с.

2. Литвин О. М. Кубатурні формули для обчислення коефіцієнтів Фур'є функцій двох змінних з використанням сплайн-інтерляції / О. М. Литвин, О. П. Нечуйвітер // Доп. НАН України. Математика. Природознавство. Технічні науки. – 1998. – № 1. – С. 23–28.

3. Литвин О. М. Про одну кубатурну формулу для обчислення 2 D- коефіцієнтів Фур'є з використанням інтерлінації функцій / О. М. Литвин, О. П. Нечуйвітер // Доп. НАН України. Математика. Природознавство. Технічні науки. – 2010. – № 3. – С. 24–29.

Робота виконана під керівництвом проф. Литвина О.М.