

УДК 519.6

**ОЦІНКА ЗНИЗУ ДЛЯ ПОХИБКИ ЧИСЕЛЬНОГО
ІНТЕГРУВАННЯ ДВОВИМІРНИХ
ШВИДКООСЦИЛЮЮЧИХ ФУНКЦІЙ ЗАГАЛЬНОГО
ВИДУ**

О. П. Нечуйвітер, д. ф.-м. н., доцент,
Українська інженерно-педагогічна академія
olesia_nechuiviter@mail.ru

К. В. Кейта, аспірант
Українська інженерно-педагогічна академія
chervonakate@mail.ru

Наводиться оцінка знизу для похибки чисельного інтегрування швидкоосцилюючих функцій загального виду на класі диференційованих функцій, що задані слідами на лініях.

Nechuiviter O. P., Keita K. V. The optimal numerical integration of two-dimensional highly oscillating functions of general view. The estimation of numerical integration of highly oscillating functions of general view has been obtained on the class of differentiable functions. Information about functions is a set of lines.

Ключові слова: КУБАТУРНА ФОРМУЛА, ІНТЕГРАЛ ВІД ШВИДКООСЦИЛЮЮЧОЇ ФУНКЦІЇ ЗАГАЛЬНОГО ВИДУ.

Keywords: CUBATURE FORMULA, INTEGRAL FROM HIGHLY OSCILLATING FUNCTION OF GENERAL VIEW.

Сучасний етап розвитку багатьох технічних галузей (астрономії, радіології, комп'ютерної томографії, голографії, радіолокації) характеризується бурхливим впровадженням нових цифрових технологій, алгоритмів, методів. Перед науковцями стає питання побудови нових або вдосконалення відомих математичних моделей, зокрема математичних моделей в цифровій обробці сигналів та зображень, які містять нові типи задання інформації.

Задача наближеного обчислення інтегралів від швидкоосцилюючих функцій двох змінних має як класичне розв'язання, так і у випадку різних інформаційних операторів [1-5]. В [1], [6] наведені класичні алгоритми обчислення двовимірних інтегралів від швидкоосцилюючих функцій загального виду, однак не досліджувалося питання наближеного обчислення інтегралів від швидкоосцилюючих функцій двох змінних загального виду у випадку різних інформаційних операторів. Дана доповідь присвячена знаходженню оцінки знизу для похибки чисельного інтегрування інтегралів виду

$$I(f, g, \omega) = \int_0^1 \int_0^1 f(x, y) \sin \omega g(x, y) dx dy \quad (1)$$

на класі диференційовних функцій у випадку, коли інформація про $f(x, y)$ та $g(x, y)$ задана відповідними їх слідами на лініях.

Нехай $f(x, y) \in F$, $g(x, y) \in G$, F , G – множини функцій, визначених в області $[a, b] \times [a, b]$. Позначимо через L_N множину всіх квадратурних формул $l_N(f, g)$, що використовують інформацію про значення функцій $f(x, y)$ та $g(x, y)$ не більше ніж на N лініях. Введемо величини

$$R_N(f, g, \omega, l_N) = |I(f, g, \omega) - l_N(f, g)|,$$

$$R_N(F, G, \omega, l_N) = \sup_{f \in F, g \in G} R_N(f, g, \omega, l_N),$$

$$R_N(F, G, \omega) = \inf_{l_N \in L_N} R_N(F, G, \omega, l_N).$$

Розглянемо $H^{2,r}(M, M)$ – клас дійсних функцій $r \geq 0$ визначених на $G = [0, 1]^2$ і таких, що частинні похідні порядку r по змінній x та y обмежені, тобто $|f^{(r,0)}(x, y)| \leq M$, $|f^{(0,r)}(x, y)| \leq M$, $r \neq 0$, $|f^{(r,r)}(x, y)| \leq M$, $r \geq 0$.

Теорема. Нехай $f(x, y), g(x, y) \in H^{2r}(M, M)$, функції $f(x, y), g(x, y)$ задані слідами на відповідних системах взаємно перпендикулярних прямих в області $G = [0, 1]^2$, тоді

$$R_N \left(H^{2r}(M, M), H^{2r}(M, M), \omega \right) \geq K \max \left\{ \frac{1}{\ell^{2r}}, \min \left\{ 1, \frac{|\omega|}{\ell^{2r}} \right\} \right\}.$$

Література

1. Оптимальні алгоритми обчислення інтегралів від швидкоосцилюючих функцій та їх застосування: у 2 т. Т. 1. Алгоритми: [монографія] / І. В. Сергінко, В. К. Задірака, О. М. Литвин, С. С. Мельникова, О. П. Нечуйвітер; Ін-т кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України. – К.: Наук. думка, 2011. – 447 с.

2. Литвин О. М. Про одну кубатурну формулу для обчислення 2D-коефіцієнтів Фур'є з використанням інтерлінації функцій / О. М. Литвин, О. П. Нечуйвітер // Доп. НАН України. Математика. Природознавство. Технічні науки. – 2010. – № 3. – С. 24–29.

3. Литвин О. М. Оптимальний за порядком точності метод обчислення 2D-коефіцієнтів Фур'є за допомогою інтерлінації / О. М. Литвин, О. П. Нечуйвітер // Комп'ютерне моделювання в наукоємних технологіях: пр. наук.-техн. конф. з міжнародною участю, 18-21 травня 2010р., Харків. – Х., 2010. – Ч. 2. – С. 211–213.

4. Литвин О. М. Кубатурна формула для обчислення 2D-коефіцієнтів Фур'є з використанням інтерлінації функцій / О. М. Литвин, О. П. Нечуйвітер // Вісник ХНУ ім. В. Н. Каразіна. Сер. Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління: зб. наук. пр. – Х., 2010. – № 926. – С. 153–160.

5. Литвин О. М. 2D-коефіцієнти Фур'є на класі диференційовних функцій та сплайн-інтерлінація / О. М. Литвин, О. П. Нечуйвітер // Таврический вестник информатики и математики. – 2011. – № 1. – С. 51–61.

6. Iserles A. Efficient quadrature of highly-oscillatory integrals using derivatives / A. Iserles, S. P. Norsett // Tech. Reports Numerical Analysis (NA2004/03) / DAMPT – University of Cambridge. – 14 p.