УДК 519.8

# МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ СКЛАДАННЯ РОЗКЛАДУ ЗАНЯТЬ У ВНЗ

***М. В. Леонова**, аспірант*
*Полтавський університет економіки і торгівлі*
*Mariay2604@rambler.ru*

*В статті запропонована математична модель задачі складання навчального розкладу. Описано всі можливі обмеження задачі та метод гілок та меж, як перспективний шлях її розв'язання.*

*Leonova M.V. Modeling of scheduling classes in universities. In the article proposed mathematical model the problem of the training schedule. Describe all possible problems and constraints method of branch and bound like a promising way to solve it.*

*Ключові слова*: РОЗКЛАД ЗАНЯТЬ,ТЕОРІЯ РОЗКЛАДІВ, КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ.
*Keywords:* SCHEDULE, SCHEDULING THEORY, COMBINATORIAL OPTIMIZATION.

Аналіз джерельної бази та постановок задач складання розкладу дозволяють запропонувати нову модель цієї задачі.

Задача навчального розкладу полягає в тому, щоб скласти оптимальний у деякому сенсі графік занять певного факультету на тиждень, враховуючи такі параметри: $N_1$ викладачів, $N_2$ дисциплін, $N_3$ видів занять, $N_4$ груп, $N_5$ аудиторій, $N_6$ робочих днів тижня, $N_7$ пар. Номери викладачів позначимо $v \in J_{N_1}$; дисциплін $l \in J_{N_2}$; видів занять $z \in J_{N_3}$; груп $g \in J_{N_4}$; аудиторій $a \in J_{N_5}$; робочих днів тижня $d \in J_{N_6}$; пар $t \in J_{N_7}$.

Введемо булеву змінну

$$x_{v,l,z,g,a,d,t} = \begin{cases} 1, \textit{ коли викладач } v \textit{ призначається на дисципліну } l \\ \quad \textit{з видом заняття } z, \textit{в групі } g, \textit{в аудиторії } a, \textit{в день } d, \\ \quad \textit{на пару } t; \\ 0, \textit{ в іншому випадку.} \end{cases}$$

Назвемо розкладом набір значень змінних рівних одиниці. Нехай відома значущість (вага) того, що $x_{v,l,z,g,a,d,t}$ приймає значення 1 – це $c_{v,l,z,g,a,d,t}$. Поставимо задачу оптимізації суми зваженої значущості розкладу за умов виконання необхідних обмежень, які формалізуємо далі.

Тоді математична модель задачі може бути представлена у вигляді:

$$F(x) = \sum_{v=1}^{N_1}\sum_{l=1}^{N_2}\sum_{z=1}^{N_3}\sum_{g=1}^{N_4}\sum_{a=1}^{N_5}\sum_{d=1}^{N_6}\sum_{t=1}^{N_7} c_{v,l,z,g,a,d,t}\, x_{v,l,z,g,a,d,t} \to \max, \quad (1)$$

за обмежень:

1) лише один викладач може бути призначений на дисципліну *l*, вид заняття *z*, групу *g*, аудиторію *a*, день *d*, пару *t*:

$$\sum_{v=1}^{N_1} x_{v,l,z,g,a,d,t} = 1, \quad (2)$$

2) лише на одну дисципліну може бути призначений викладач *v*,вид заняття *z*, група *g*, аудиторія *a*, день *d*, пара *t*:

$$\sum_{l=1}^{N_2} x_{v,l,z,g,a,d,t} = 1, \quad (3)$$

3) лише одному виду занять може відповідати викладач *v*, дисципліна *l*, група *g*, аудиторія *a*, день *d*, пара *t*:

$$\sum_{z=1}^{N_3} x_{v,l,z,g,a,d,t} = 1, \quad (4)$$

4) лише одній групі може відповідати викладач *v*, дисципліна *l*, вид заняття *z*, аудиторія *a*, день *d*, пара *t*:

$$\sum_{g=1}^{N_4} x_{v,l,z,g,a,d,t} = 1, \quad (5)$$

5) лише одній аудиторії може бути призначений викладач *v*, дисципліна *l*, вид заняття *z*, група *g*, день *d*, пара *t*:

$$\sum_{a=1}^{N_5} x_{v,l,z,g,a,d,t} = 1, \tag{6}$$

Далі розглянемо обмеження задачі, які задаються у вигляді нерівностей.

Обмеження на кількість $\mathrm{T}_g$ годин в тиждень для групи:

$$\sum_{v=1}^{N_1}\sum_{l=1}^{N_2}\sum_{z=1}^{N_3}\sum_{a=1}^{N_5}\sum_{d=1}^{N_6}\sum_{t=1}^{N_7} x_{v,l,z,g,a,d,t} \le \mathrm{T}_g \quad \forall g \in J_{N_4}, \tag{7}$$

Обмеження на кількість $\mathrm{T}_v$ годин в тиждень для викладача:

$$\sum_{l=1}^{N_2}\sum_{z=1}^{N_3}\sum_{g=1}^{N_4}\sum_{a=1}^{N_5}\sum_{d=1}^{N_6}\sum_{t=1}^{N_7} x_{v,l,z,g,a,d,t} \le \mathrm{T}_v \quad \forall v \in J_{N_1}, \tag{8}$$

Обмеження на кількість $\mathrm{T}_{g,d}$ пар в день для групи:

$$2 \le \sum_{v=1}^{N_1}\sum_{l=1}^{N_2}\sum_{z=1}^{N_3}\sum_{a=1}^{N_5}\sum_{t=1}^{N_7} x_{v,l,z,g,a,d,t} \le \mathrm{T}_{g,d} \quad \forall g \in J_{N_4}, d \in J_{N_6} \tag{9}$$

Обмеження на кількість повторень деяких занять. Наприклад, викладач $v_i$ може бути призначений на дисципліну $l_i$ в групі $g_i$ не більше $n_{v_i,l_i,g_i}$ раз:

$$\sum_{z=1}^{N_3}\sum_{a=1}^{N_5}\sum_{d=1}^{N_6}\sum_{t=1}^{N_7} x_{v_i,l_i,z,g_i,a,d,t} \le n_{v_i,l_i,g_i} \tag{10}$$

Розглянемо також обмеження типу «не призначати». Наприклад, не призначати викладача $v_i$ на час $t_i$:

$$\sum_{l=1}^{N_2}\sum_{z=1}^{N_3}\sum_{g=1}^{N_4}\sum_{a=1}^{N_5}\sum_{d=1}^{N_6} x_{v_i,l,z,g,a,d,t_i} = -\infty \tag{11}$$

Не призначати викладача $v_i$ на день $d_i$:

$$\sum_{l=1}^{N_2}\sum_{z=1}^{N_3}\sum_{g=1}^{N_4}\sum_{a=1}^{N_5}\sum_{t=1}^{N_7} x_{v_i,l,z,g,a,d_i,t} = -\infty \tag{12}$$

Не призначати групу $g_i$ і аудиторію $a_i$:

$$\sum_{v=1}^{N_1}\sum_{l=1}^{N_2}\sum_{z=1}^{N_3}\sum_{d=1}^{N_6}\sum_{t=1}^{N_7} x_{v,l,z,g_i,a_i,d,t} = -\infty \tag{13}$$

Суттєвою умовою для складання нового розкладу є обмеження на навчальне навантаження викладача в певній групі з певної дисципліни та форми занять:

$$\underline{K}_{v_i,l_i,z_i,g_i} \le \sum_{a=1}^{N_5}\sum_{d=1}^{N_6}\sum_{t=1}^{N_7} x_{v_i,l_i,z_i,g_i,a,d,t} \le \overline{K}_{v_i,l_i,z_i,g_i}$$

де $\overline{K}_{v_i,l_i,z_i,g_i}$ – максимальна кількість годин на тиждень, $\underline{K}_{v_i,l_i,z_i,g_i}$ – мінімальна кількість годин на тиждень.

Нехай $G$ – мультимножина, що складається з $N$ одиниць та $K-N$ нулів. $G=\left\{1^N,0^{K-N}\right\}$, де $K$– загальна кількість змінних в задачі. Підрахуємо кількість $N$ одиниць розкладу, тоді допустимий розв'язок задачі можна розглядати як впорядковану $K$-вибірку з мультимножини $G$, тобто як елемент загальної множини переставлень $E_{K,2}\left(G\right)$:

$$x \in (x_{111},...,x_{K_1,K_2,K_3}) \in E_{K,2}(G).$$

Множина $E_{K,2}\left(G\right)$ лежить в вершинах загального переставного многогранника: $x\in \Pi_K\left(G\right)$.

*Зауваження.* Спрощення математичної моделі задачі про розклад можна здійснити за рахунок зменшення вимірності матриці ефективності з 7-вимірного до 3-вимірного з такими «вимірами»:

1) викладач-дисципліна-група-вид заняття. Ці параметри доцільно об'єднати, оскільки вони є нерозривно зв'язаними: викладач викладає лише певні заплановані йому дисципліни у певних групах і видами занять;

2) аудиторії;

3) пари-дні тижня (понеділок 1-6 пари, вівторок 7-12 і т.д.).

Модель тижневого розкладу.

Позначимо множину елементів «1 виміру» $K_1$, множину аудиторій $K_2$ $\left(K_2=N_5\right)$, множину «3 виміру» $K_3$.

$$F\left(x\right)=\sum_{k=1}^{K_1}\sum_{a=1}^{K_2}\sum_{t=1}^{K_3} x_{kat}c_{kat} \to \max.$$

Як один з перспективних підходів до її розв’язання вбачається такий метод гілок та меж, на базі якого можуть бути сформовані і наближені розв’язки задачі [7, 8, 9].

Запропонована нова модель з комбінаторними обмеженнями та метод гілок та меж, як перспективний шлях її розв’язання задачі. В якості перспектив подальших досліджень доцільно розглянути практичну ефективність застосування методу гілок та меж до задач складання навчального розкладу ВНЗ.

### *Література*


1. Танаев В.С. Введение в теорию расписаний / В.С. Танаев, В.В. Шкурба. – М.: Наука, 1975. – 256 с.
2. Кофман Э.Г. Теория расписаний и вычислительные машины / Э.Г. Кофман. – М.: Наука, 1984. – 335 с.
3. Конвей Р.В. Теория расписаний / Р.В. Конвей, В.Л. Максвелл, Л.В. Миллер. – М.: Наука, 1975. – 360 с.
4. Муха В.С. Задача ученого расписания: постановка и решение // Проблемы управления и информатики. – 2012. – №6. С.125–136.
5. Томашевський В.М. Складання розкладів занять у дистанційних системах навчання / В.М. Томашевський, Ю.Л. Новіков // Матеріали 1-ї Міжнародноїнауково-технічноїконференції. – Черкаси: Маклаут, 2011. – С. 384-386.
6. Ускач А.Ф. Модели задачи распределения в теории расписания / А.Ф. Ускач, В.Д. Гогунский, А.Е. Яковенко // Автоматика. Автоматизация. Электрические комплексы и системы. – Херсон: ХНТУ, 2006. – № 2(18). – С. 98-104.
7. Сергиенко И.В. Модели и методы решения на ЭВМ комбинаторных задач оптимизации / И.В. Сергиенко, М.Ф. Каспшицкая – К.: Наукова думка, 1981. – 288 с.
8. Ємець О.О. Транспортні задачі комбінаторного типу: властивості, розв’язування, узагальнення / О.О. Ємець, Т.О. Парфьонова // Монографія. – Полтава: ПУЕТ, 2011. – 174 с. – Режим доступу http://dspace.uccu.org.ua/handle/123456789/353

9. Ємець О.О. Розв’язування задач комбінаторної оптимізації на нечітких множинах / О.О. Ємець, О-лра О. Ємець // Монографія. – Полтава: ПУЕТ, 2011. – 239 с.