РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ЦЭМИ

ЦЕНТРАЛЬНЫЙ
ЭКОНОМИКО-
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

АКАДЕМИЯ НАУК РАН
ЦЕНТРАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
НАУЧНЫЙ СОВЕТ "ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СОФЭ"

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР РАН

СИСТЕМЫ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ РЕШЕНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Краткие тезисы докладов

Двенадцатая конференция
(г. Нарва-Йыэссуу, 16-20 апреля 1992 г.)

МОСКВА 1992

№19

АКАДЕМИЯ НАУК РАН
ЦЕНТРАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
НАУЧНЫЙ СОВЕТ "ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СОФЭ"

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР РАН

СИСТЕМЫ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ РЕШЕНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Краткие тезисы докладов

Двенадцатая конференция
(г. Нарва-Йыэссуу, 16-20 апреля 1992 г.)

Москва 1992

ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА НЕДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ВЫПУКЛЫХ ФУНКЦИЙ НА ОБЩЕМ ЕВКЛИДОВОМ МНОЖЕСТВЕ РАЗМЕЩЕНИЙ

О.А.Е[illegible]ц
Харьков

Рассмотрим общее множество K-размещений [I], образованных из элементов набора $g=\{g_1,\dots,g_n\}$, содержащего n различных элементов $g^1,\dots,g^n$. Обозначим его через $A^K_{\eta n}(g)$. Не нарушая общности, можем считать, что $g_1\leq\dots\leq g_n$, $g^1<\dots<g^n$. Количество элементов g^i в наборе g обозначим через η_i. Очевидно, что $\eta_1+\dots+\eta_K=\eta$. Под K-размещением понимается выборка $x=(x_1,\dots,x_K)$ объемом K $(K\leq\eta)$ из элементов набора g (при $K=\eta$ K-размещение называют перестановкой). Таким образом, $x_i=g_m$; $x_j=g_\ell$ при $i\neq j$, $m\neq\ell$; $i,j\in J_K=\{1,2,\dots,K\}$; $m,\ell\in J_\eta$. Отобразим [I] множество $A^K_{\eta n}(g)$ в арифметическое евклидово пространство R^K. Его образ назовем общим евклидовым множеством размещений и обозначим через $E^K_{\eta n}(g)$. Отметим, что точки множества $E^K_{\eta n}(g)$ - это K-размещения x, рассматриваемые как элементы пространства R^K. Обозначим $\operatorname{int} X$ множество внутренних точек множества X, а $J^0_K=J_K\cup\{0\}$.

Теорема. Пусть $\varphi(x)$ - конечная выпуклая функция, заданная на выпуклом замкнутом множестве $X\subset R^K$, причем $E^K_{\eta n}(g)\subset X$, тогда $\forall y\in\operatorname{int}X$

$$\min_{x\in E^K_{\eta n}(g)}\varphi(x)\geq\varphi(y)-(p(y),y)+\sum_{i=1}^{s}p_{\beta_i}(y)g_i+\sum_{i=s+1}^{K}p_{\beta_i}(y)g_{\eta-K+i},$$

где $p(y)=(p_1(y),\dots,p_K(y))$ - субградиент функции $\varphi(x)$ в точке y, перестановка $\beta_1,\dots,\beta_K$ элементов множества J_K и константа $s\in J^0_K$ определяются условием

$$p_{\beta_1}(y)\geq p_{\beta_2}(y)\geq\dots\geq p_{\beta_s}(y)\geq 0>p_{\beta_{s+1}}(y)\geq\dots\geq p_{\beta_K}(y). \qquad (I)$$

Следствие. Чтобы точка $y=(y_1,\dots,y_K)\in E^K_{\eta n}(g)$ доставляла минимум на множестве $E^K_{\eta n}(g)$ конечной выпуклой на

выпуклом замкнутом множестве $X \subset R^K$ функции $\varphi(x)$, $E^K_{\eta n}(g) \subset \subset \operatorname{int} X$, достаточно выполнения условия

$$\sum_{i=1}^{S} P_{\beta_i}(y) g_i + \sum_{i=S+1}^{K} P_{\beta_i}(y) g_{\eta-K+i} = (P(y), y),$$

где $P(y) = (P_1(y), \ldots, P_K(y))$ - суббградиент функции $\varphi(x)$ в точке y, а константы $\beta_1, \ldots, \beta_K$ и S удовлетворяют соотношению (I).

Полученные результаты дают универсальный подход к оценке глобальных экстремумов на евклидовых комбинаторных множествах размещений (и, в частности, перестановок) известных выпуклых функций. Предоставляется возможность доказывать глобальность и оценивать погрешность получаемого решения в различных алгоритмах локальной оптимизации на $E^K_{\eta n}(g)$. Эти результаты могут быть использованы при реализации различных комбинаторных методов.

Аналоги рассмотренных утверждений для дифференцируемых функций в случае множества сочетаний с повторениями приведены в [2], а в случае перестановок - в [3].

Литература

I. Стоян Ю.Г., Гребенник И.В., Емец О.А. Комбинаторные множества размещений и их свойства.- Харьков, 1990.- 33 с.- (Препринт АН УССР/ Ин-т пробл. машиностроения; №342).

2. Емец О.А. Множество сочетаний с повторениями, отображенное в R^K, и свойства задач оптимизации на нем.//Докл. АН УССР.- 1991, №4. - С. 69-72.

3. Стоян Ю.Г., Яковлев С.В. Свойства выпуклых функций на перестановочном многограннике//Докл. АН УССР. Сер. А.- 1983, №5. - С. 68-70.

С О Д Е Р Ж А Н И Е

Стр.

I. НЕЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

I. Андрамонов М.Ю. О минимизации линейной функции на выпуклом множестве методом конического проектирования 3

2. Березнева Т.Д. Устойчивость предельно-оптимальных траекторий однопродуктовой модели экономического роста, учитывающей прошлое потребление. 5

3. Емец О.А. Экстремальные свойства недифференцируемых выпуклых функций на общем евклидовом множестве размещений 7

4. Забиняко Г.И., Котельникова Е.А., Ходаев Ю.В. Пакет решения оптимизационных задач 9

5. Ижуткин В.С., Кокурин М.Ю., Петропавловский М.В. Оптимизационная диалоговая система одис на основе методов приведенных направлений 10

6. Ижуткин В.С., Петропавловский М.В. Демонстрационная версия диалоговой системы ОДИС для изучения методов оптимизации 12

7. Карташев А.В. Модификация метода наискорейшего спуска при решении оптимизационных задач геометрического проектирования 13

8. Керге А.А. Пакет проведения практикумов по методам оптимизации 15

9. Левенко Е.С., Скоков В.А. О некоторых проблемах формирования и преобразования задач нелинейного программирования 17

10. Левитин Е.С. О постановке и методах решения одного класса задач оптимального планирования в двухуровневой системе 19

11. Калашников В.В., Калашникова Н.И. Сходимость метода Ньютона для решения нелинейной задачи о дополнительности со строго монотонным вогнутым отображением 2