ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ
СПОЖИВЧОЇ КООПЕРАЦІЇ УКРАЇНИ

# ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН-2010)

**Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції**

**18–20 березня 2010 року**

ПОЛТАВА
РВВ ПУСКУ
2010

*Міністерство освіти і науки України*
*Національна академія наук України*
*Центральна спілка споживчих товариств України*

**Інститут кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України**
**Полтавський університет споживчої кооперації України**
**Полтавський національний педагогічний університет ім. В.Г.Короленко**
**Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»**
**Харківський національний університет радіоелектроніки**

*Кафедра математичного моделювання та соціальної інформатики ПУСКУ*

# *ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН-2010)*

Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конфренції
18-20 березня 2010 року

Полтава
РВВ ПУСКУ
2010

**УДК 519.7+519.8+004**
**ББК 32.973**
**І-74**





**І-74** Інформатика та системні науки (ІСН-2010): матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції 18–20 березня 2010 р. / за ред. д.ф.-м.н., проф. Ємця О.О. – Полтава: РВВ ПУСКУ, 2010. – 214 с.

ISBN 978-966-184-076-7

Збірник тез конференції включає сучасну проблематику в таких галузях інформатики та системних наук, як теоретичні основи інформатики і кібернетики, математичне моделювання і обчислювальні методи, математичне та програмне забезпечення обчислювальних машин і систем, системний аналіз і теорія оптимальних рішень. Представлені доповіді, що відображають проблеми сучасної підготовки фахівців з інформатики, прикладної математики, системного аналізу та комп'ютерних інформаційних технологій.

Збірник розрахований на фахівців з кібернетики, інформатики, системного аналізу.

*Матеріали друкуються в авторській редакції мовами оригіналів – українською, російською, англійською.*
*За виклад, зміст і достовірність матеріалів відповідають автори.*

**УДК 519.7+519.8+004**
**ББК 32.973**

ISBN 978-966-184-076-7

$$fk_1 := 15\left(x_2 + x_3^2\right)^2 + 15\,x_1^2 + 15\,x_3^2 - 1680 + 15\,x_1^4 + 15\,x_2^4$$

$$fk_2 := 15\left(x_2 + x_1^2\right)^2 + 15\,x_1^2 + 15\,x_3^2 - 1680 + 15\,x_2^4 + 15\,x_3^4$$

$$Function := 15\left(x_2 + x_3^2\right)^2 + 30\,x_1^2 + 30\,x_3^2 - 3360 + 15\,x_1^4 + 30\,x_2^4 + 15\left(x_2 + x_1^2\right)^2 + 15\,x_3^4$$

При розповсюдженні викладеного підходу на поліпереставлення, розбиття проводиться з метою відокремлення множників, що відносяться до різних груп змінних, властивість (5) формулюється для кожної з них.

Представлена програма, окрім практичної цінності (є достатня кількість практичних задач на ЕКМ із цільовими функціями-многочленами [2]), цікава самим принципом застосування програмних можливостей Maple до автоматизації аналітичних перетворень (оцінку кількості операцій див. [3]).

### *Література*


1. Стоян Ю.Г., Ємець О.О. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації. – К.: ІСДО, 1993. – 188 с.
2. Яковлев С.В. Теория выпуклых продолжений функций на вершинах выпуклых многогранников // Журн. вычисл. математики и мат. Физики. − 1994. − 34, № 7. −С. 1112−1119.
3. Валуйська О.О., Пічугіна О. С., Яковлев С.В. Выпуклые продолжения полиномов на комбинаторных множествах и их приложения. Радиоэлектроника и информатика. − Харьков: ХГТУРЭ, № 2, −2002.− С. 121−129.


**УДК 519.11**

## ТОЧНІ ТА НАБЛИЖЕНІ АЛГОРИТМИ ЛІНІЙНОЇ УМОВНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ НА СПЕЦІАЛЬНИХ КОМБІНАТОРНИХ МНОЖИНАХ

***Плахотніченко В.В.****, студентка магістратури спеціальності «Соціальна інформатика»*
*Полтавський університет споживчої кооперації України*

*Робота присвячена точним та наближеним алгоритмам для задачі лінійної умовної оптимізації на спеціальних евклідових комбінаторних множинах, а саме сполученнях та розміщеннях.*

*Наближені алгоритми ґрунтуються на методі $\delta$ – скорочень комбінаторних множин [1; 2]. Тематика даних досліджень знаходиться в межах евклідової комбінаторної оптимізації [3]*

Сформулюємо задачу лінійної умовної оптимізації на множині сполучень спеціального вигляду.

Дано множину: $S=\{s_1,s_2,...,s_n\}$, елементи якої різні. Для $k\le n$ визначимо сполучення спеціального вигляду $x=(x_1,x_2,...x_k)$, де $x_i\in S$, обмежень на кількість множин $S$ як і координат $x$ не накладаємо (що і визначає спеціальний вид розміщень).

Знайти $x=(x_1,x_2,...x_k)$:

$$f_0(x)=\sum_{j=1}^{k}a_{0j}x_j\to max, \qquad (1)$$

$$f_r(x)=\sum_{j=1}^{k}a_{rj}x_j\le b_r, 1\le r\le m, \qquad (2)$$

$$x\in C_n(S), \qquad (3)$$

де $C_n(S)$ множина сполучень спеціального виду.

*Умова 1.* Всі коефіцієнти даної задачі $\{s_i,a_{rj},b_r\}$ – додатні.

*Умова 2.* Для даної задачі для відносної похибки $\varepsilon$ :

$$(1-\varepsilon)f_r(x^*)\le f_r(x)\le f_r(x^*),$$

(що випливає з умови 1 и $f_0(x)\to max$).

*Умова 3.* По-координатний генератор $C_n(S)$ (за допомогою $C_i(S)$, на яких задані функції $f_r^i(x)$):

$$C_0(S)=\{\varnothing\},\ \ f_r^0(x)=0;$$

$$C_i(S)=C_{i-1}(S)\bigcup_{j=1}^{n}(C_{i-1}(S)\otimes s_j),\ f_r^i(x)=f_r^{i-1}(x)+a_{ri}x_i\,. \qquad (4)$$

Для задачі лінійної умовної оптимізації на множині сполучень приведемо в приклад економічну задачу пакування рюкзака.

Задача полягає у наповнені рюкзака, що здатен витримати деяку максимальну масу, предметами, кожен з яких має вартість (або корисність) та масу. Необхідно обрати об'єкти в такий спосіб, аби максимізувати сумарну вартість (або користь), але не перевищити максимально припустиму масу.

Нехай кожному об'єкту для пакування співставлено індекс і, який приймає значення від 1 до $n$. Числа $a_{1i}$ та $a_{0i}$ відповідають масі та вартості об'єкта і. Максимальна припустима маса, яку здатен витримати рюкзак, дорівнює $b_1$.

Існує багато варіантів заповнення рюкзака. Для описання окремого варіанту пакування необхідно вказати для кожного об'єкта, чи його обрано (запаковано). Для цього можна використати двійковий вектор $x=(x_1,x_2,...x_k)$, компонента $x_i$ якого дорівнюватиме 1, якщо і-тий об'єкт запаковано, та 0 якщо ні. Цей вектор називається вектором заповнення. Вагу та вартість запакованих предметів, можна обчислити як функцію від вектора заповнення.

Для заданого вектора заповнення X вартість предметів запакованих в рюкзак дорівнює:

$$f_0(x)=\sum_{i=1}^{n}a_{0i}x_i$$

Аналогічно, загальна маса предметів дорівнює:

$$f_1(x)=\sum_{i=1}^{n}a_{1i}x_i$$

Таким чином, задача пакування рюкзака полягає у відшуканні такого вектора заповнення $x=(x_1,x_2,...x_k)$, що максимізує функцію *z(x)* за умови:

$$f_1(x)=\sum_{i=1}^{n}a_{1i}x_i\le b_1 \cdot$$

Тобто, загальна маса обраних предметів $w(x)$ не перевищує можливості рюкзака $b_1$.

Взагалі, діють такі додаткові умови:

1. $\sum_{i=1}^{n}a_{1i}>b_1$ : всі доступні об'єкти не можливо покласти до рюкзака разом;
2. $a_{0i}>0,\forall i\in\{1...n\}$: будь-який додатковий об'єкт надає перевагу;
3. $a_{1i}>0,\forall i\in\{1...n\}$ : будь-який об'єкт використовує ресурси.

Введемо в розгляд розбиття елементів множини $C_n(S)$ на класи.

Основне означення. Клас елемента $x\in C_i(S)$ відносно набору функцій $\{f_r^i(x)\}|_{r=0}^{m}$ :

$$C^i_{j_0,j_1,\ldots,j_m}(S)=\left\{\begin{array}{l} x\in C_i(s):\left(\dfrac{1}{1-\delta}\right)^{j_r-1} \\ f^i_r(s_1,\ldots,s_1)\le f^i_r(x)\le\left(\dfrac{1}{1-\delta}\right)^{jr} \\ f^i_r(s_1,\ldots,s_1), 0\le r\le m \\ \end{array}\right\}$$

Представники класа $C^i_{j_0,j_1,\ldots,j_r}(S)$ відносно набору функцій $\left\{f^i_r(x)\right\}\Big|^m_{r=0}$ – це набор сполучень $\left\{z^i_0, z^i_1,\ldots, z^i_m\right\}$:

1) $z^i_r\in C^i_{j_0,j_1,\ldots,j_r}(S), 0\le r\le m$;

2) $f^i_r\left(z^i_r\right)\le f^i_r(y), \forall y\in C^i_{j_0,j_1,\ldots,j_r}(S)$.

Властивості класів:

1) Нехай $\left\{z^i_0, z^i_1,\ldots,z^i_m\right\}$ – представники класа $C^i_{j_0,j_1,\ldots,j_r}(S)$. Тоді $\forall y\in C^i_{j_0,j_1,\ldots,j_r}(S)$:

$$(1-\delta)f^i_r\left(z^i_r\right)\le f_r(y)\le f^i_r\left(z^i_r\right), 0\le r\le m .$$

2) Нехай $\left\{z^i_0, z^i_1,\ldots, z^i_m\right\}$ – представники класа $C^i_{j_0,j_1,\ldots,j_r}(S)$. Тоді $\forall y\in C^i_{j_0,j_1,\ldots,j_r}(S)$ відносно похибки значень $f^i_r(x)$ для $y$ і $z^i_r$ не більше величини $\delta$.

3) Кількість всіх класів для даного $i$:

$$\left|C^i_{j_0,j_1,\ldots,j_r}(S)\right|=\prod_{r=0}^{m}N^i_r,$$

$$\left|C^i_{j_0,j_1,\ldots,j_r}(S)\right|\le N^{m+1}=\left(\frac{1}{\delta}\right)^{m+1}\left(ln\frac{s_n}{s_1}\right)^{m+1}.$$

Кількість можливих класів елементів множини $C_i(S)$ відносно функції $f_r^i(x)$:

$$N_r^i = \left[ log_{\frac{1}{1-\delta}} \frac{s_n}{s_1} \right] + 1 . \quad (4)$$

А зараз перейдемо до розгляду алгоритмів для задачі евклідової комбінаторної оптимізації на множині сполучень спеціального виду.

## Наближений алгоритм для задачі евклідової комбінаторної оптимізації на множині сполучень спеціального виду

1. На вході в програму задані початкові дані задачі: множина $S$, коефіцієнти $\{a_{rj}\},\{b_r\}$ і величина відносної похибки $\varepsilon\left(\delta = \frac{\varepsilon}{k}\right)$.

2. Початок програми: $C_0(S) = \varnothing, f_r^0(x) = 0$ .

3. Виконуються етапи алгоритма: $i$-номер етапу, $1 \leq i \leq k$ (також $i$ - номер координати, що генерується на цьому етапі).

3.1. Процедура генерації $C_i(S)$ і значень функцій $f_r^i$. Значення функцій $f_r^i$ на множині $C_i$ записуємо в масив $A$ .

3.2. Процедура сортування $C_i(S)$ по класам (використовуючи величину $\delta$ ).

3.3. Процедура перевірки для $C_i(S)$ додаткових умов (2).

4. При виході з циклу після $k$-го етапу виконуємо процедуру пошуку для $C_n(S)$ елемента з максимальним значенням $f_0(x)$: $x^*$ – наближене рішення задачі з похибкою $\varepsilon$ .

5. Вихід з програми з $x^*$.

## Точний алгоритм для задачі евклідової комбінаторної оптимізації на множині сполучень спеціального виду

1. На вході в програму задані початкові дані задачі: множина $S$, коефіцієнти.

2. Спочатку $L_0 = \{0\}$; $C_0 = \varnothing$.

3. Цикл по *i* $(1 \le i \le n)$.

Процедура генерації $C_i(S)$ і значень функцій $f_r^i$. Значення функцій $f_r^i$ на множині $C_i$ записуємо в масив $A$.

Сортуємо масив А по значенням функції $f_0^i$ по зростанню з відповідними перетвореннями в $C_i$.

Із масиву А видаляємо значення функції $f_r^i$, що більші за $b_r$.

1. Знаходимо $f(x)$ як найбільше значення $f_r^i$ в А.

2. Вихід з програми з $x^*$.

Аналогічні наробки проводяться також в напрямку розробки точних та наближених алгоритмів для задач лінійної умовної оптимізації на спеціальній комбінаторній множині розміщень.

**Висновок.** Розвиток комбінаторної оптимізації, як класу задач оптимізації та виокремлення задач евклідової комбінаторної оптимізації викликали необхідність систематичного дослідження властивостей задач оптимізації на евклідових комбінаторних множинах, подальшій розробці методів та алгоритмів розв'язку таких задач. В даній роботі досліджені такі моделі на евклідовій комбінаторній множині сполучень та розміщень спеціального виду.

### *Література*


1. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы: построение и анализ / Пер. с англ. под ред. А. Шеня. – М.: МЦНМО, 2002. – 960 с.
2. Кормен Томас Х., Лейзерсон Чарльз И., Ривест, Рональд Л., Штайн Клиффорд. Алгоритмы: построение и анализ, 2-е издание.: Пер. с англ. − М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. – 1296 с.
3. Стоян Ю.Г., Гиль Н.И. Методы и алгоритмы размещения плоских геометрических объектов. − К.: Наук. думка, 1976. − 248 с.
4. Стоян Ю.Г., Смець О.О. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації. – К.: Ін-т систем досліджень освіти, 1993. – 188 с.