

Українська Федерація Інформатики

Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова  
Національної академії наук України

ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»  
(ПУЕТ)

# **КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ ТА НЕЧІТКІ МНОЖИНИ (КОНеМ – 2013)**

Матеріали III Всеукраїнського наукового семінару  
(м. Полтава, 30-31 серпня 2013 року)

*За редакцією д. ф.-м. н., професора О. О. Ємця*

Полтава  
ПУЕТ  
2013

УДК 519.7+519.8  
ББК 22.176  
К63

*Розповсюдження та тиражування без офіційного дозволу ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі» заборонено*

## ПРОГРАМНИЙ КОМІТЕТ

### **Співголови:**

*Сергієнко Іван Васильович*, д. ф.-м. н., професор, академік Національної академії наук України, генеральний директор Кібернетичного центру Національної академії наук України, директор Інституту кібернетики імені В. М. Глушкова Національної академії наук України;  
*Нестуля Олексій Олексійович*, д. і. н., професор, ректор ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі».

### **Члени програмного комітету:**

*Гуляницький Леонід Федорович*, д. т. н., професор, завідувач відділу методів комбінаторної оптимізації та інтелектуальних інформаційних технологій Інституту кібернетики імені В. М. Глушкова Національної академії наук України;

*Донець Георгій Панасович*, д. ф.-м. н., с. н. с., завідувач відділу економічної кібернетики Інституту кібернетики імені В. М. Глушкова Національної академії наук України;

*Ємець Олег Олексійович*, д. ф.-м. н., професор, завідувач кафедри математичного моделювання та соціальної інформатики ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»;

*Заславський Володимир Анатолійович*, д. т. н., професор, професор кафедри математичної інформатики Київського національного університету імені Тараса Шевченка;

*Каспишицька Марія Фадійвна*, к. ф.-м. н., с. н. с. Інституту кібернетики імені В. М. Глушкова Національної академії наук України;

*Парасюк Іван Миколайович*, д. т. н., професор, член-кореспондент Національної академії наук України, завідувач відділу методів та технологічних Засобів побудови інтелектуальних програмних систем Інституту кібернетики імені В. М. Глушкова Національної академії наук України;  
*Стоян Юрій Григорович*, д. т. н., професор, член-кореспондент Національної академії наук України, завідувач відділу математичного моделювання і оптимального проектування Інституту проблем машинобудування Національної академії наук України.

Комбінаторна оптимізація та нечіткі множини (КОНЕМ – 2013) : матеріали  
К63 III Всеукр. наук. семінару, (м. Полтава, 30–31 серп. 2013 р.) / за ред.  
О. О. Ємця. – Полтава : ПУЕТ, 2013. – 87 с. – Текст укр., рос.

ISBN 978-966-184-232-7

У збірнику тез семінару висвітлено сучасну проблематику в таких галузях, як комбінаторна оптимізація та суміжні питання, математичне моделювання і обчислювальні методи, теорія та застосування нечітких множин, сучасні проблеми оптимізації та невизначеності в прийнятті рішень, сучасні проблеми комбінаторики.

Збірник збережений на фахівців з кібернетики, інформатики, системних наук.

УДК 519.7+519.8  
ББК 22.176

*Матеріали друкуються в авторській редакції мовами оригіналів.  
За виклад, зміст і достовірність матеріалів відповідають автори.*

ISBN 978-966-184-232-7

© Вищий навчальний заклад Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі», 2013

## ЗМІСТ

<i>Арлова Н. И., Машкина И. В.</i> Исследование на математических моделях адаптационных возможностей организма к измененным условиям окружающей среды.....	5
<i>Барболіна Т. М.</i> Розв'язування однієї задачі вибору маршрутів перевезення .....	7
<i>Будник В. М., Риженко Т. М., Будник М. М.</i> Синтез 4-значних нечітких вирішуючих правил .....	10
<i>Буй Д. Б., Компан С. В.</i> Некласическая прикладная логика для объектно-ориентированного программирования .....	12
<i>Гуляницький Л. Ф., Рудик В. О.</i> $q$ -кодування в задачі прогнозування третинної структури протеїну .....	15
<i>Донець Г. П.</i> Методи комбінаторного розпізнавання .....	19
<i>Емец О. А., Емец А. О.</i> О слабой разрешимости и слабой допустимости нечетких линейных систем уравнений .....	27
<i>Емец О. А., Чиликина Т. В.</i> Теорема о решении безусловной задачи минимизации линейной функции на размещениях.....	35
<i>Емец О. О., Ольховська О. В.</i> Деякі властивості функції мінімуму та максимуму.....	37
<i>Емец О. О., Парфьонова Т. О.</i> Метод гілок та меж для задачі оптимізації на перестановках з сепарабельною цільовою функцією та лінійними обмеженнями .....	40
<i>Емец О. О., Тур О. В.</i> Фрактальні властивості комбінаторної множини розміщень .....	42
<i>Зинченко А. И., Величко И. Г., Козин И. В.</i> Топологическая структура $G$ -множества в задаче плоского регулярного раскроя.....	47
<i>Кашникова И. В.</i> Об использовании математического аппарата теории нечетких множеств для решения прикладных задач логистики.....	48

$$d_j = 0 \quad \forall j \in J_{\eta-r} \setminus W J_s, \quad (15)$$

где  $r, s$  удовлетворяют условиям (7), (8), то условие (12) эквивалентно условиям (5), (6) при

$$x_j^* = y_j^* \quad \forall i \in J_s, \quad (16)$$

$$x_{s+j}^* = y_{\eta-r+j}^* \quad \forall j \in J_r, \quad (17)$$

а  $c^* = d^*$ .

*Доказательство.*

Перестановка  $y = (y_1, \dots, y_s, y_{s+1}, \dots, y_{\eta-r}, y_{\eta-r+1}, \dots, y_\eta) \in E_{\eta n}(G)$  определяет при условиях (7), (8)  $k$ -размещения

$$x = (y_1, y_2, \dots, y_s, y_{\eta-r+1}, y_{\eta-r+2}, \dots, y_\eta) \in E_{\eta n}^k(G).$$

Поскольку в силу (15)  $d_j = 0 \quad \forall y_j$  не вошедших из  $y$  в  $x$  и выполняется условие (13), (14), то  $d^* = c^*$ , а из (12), (5), (6) и соотношения между  $x$  и  $y$  следуют формулы (16), (17). Что и требовалось доказать.

В работе получено новое простое решение полностью комбинаторной задачи безусловной оптимизации на множестве размещений. Как направление дальнейших исследований можно рассматривать обобщение этого подхода на другие задачи.

### *Информационные источники*

1. Харди Г. Г. Неравенства / Г. Г. Харди, Дж. Е. Литтлвуд, Г. Поля. – М. : Изд-во иностр. лит., 1948. – 456 с.
2. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець. – К. : Ін-т системн. досліджень освіти, 1993. – 188 с.

**УДК 519.8**

## **ДЕЯКІ ВЛАСТИВОСТІ ФУНКЦІЇ МІНІМУМУ ТА МАКСИМУМУ**

*О. О. Ємець, д.ф.-м.н., професор;*

*О. В. Ольховська, аспірант*

*ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»  
lena@olhovsky.name*

Для доведення математичних співвідношень (див. наприклад [1, 2]) використовують властивості мінімуму та максимуму функції. При їх

використанні іноді простіше заново довести потрібні властивості, ніж їх знайти в літературі. Розглянемо деякі властивості мінімуму та максимуму, які використовувалися при доведенні збіжності модифікованого ітераційного методу розв'язування задачі комбінаторної оптимізації ігрового типу на розміщеннях [1]. Нехай  $a(p)$  і  $b(p)$  – задані на  $P$  дійсні функції.

Властивість 1. Справедлива нерівність:

$$\max_{p \in P} (a(p) + b(p)) \geq \max_{p \in P} (a(p)) + \min_{p \in P} (b(p)).$$

Доведення. За властивістю максимуму  $\max_{p \in P} (a(p) + b(p)) \geq a(p) + b(p)$ . Це справедливо для  $\forall p \in P$ , зокрема:

$$\max_{p \in P} (a(p) + b(p)) \geq \max_{p \in P} (a(p)) + b(p^*), \quad (1)$$

де  $p^* = \arg \max_{p \in P} a(p)$ . Точка  $p \in P$  з властивості мінімуму

$$b(p^*) \geq \min_{p \in P} (b(p)). \quad (2)$$

Тоді з (1), (2) випливає  $\max_{p \in P} (a(p) + b(p)) \geq \max_{p \in P} (a(p)) + \min_{p \in P} (b(p))$ .

Що і треба було довести.

Властивість 2. Справедлива нерівність:

$$\min_{p \in P} (a(p) + b(p)) \leq \min_{p \in P} (a(p)) + \max_{p \in P} (b(p)).$$

Доведення. За властивістю мінімуму  $\min_{p \in P} (a(p) + b(p)) \leq a(p) + b(p)$ .

Це справедливо для  $\forall p \in P$ , зокрема:

$$\min_{p \in P} (a(p) + b(p)) \leq \min_{p \in P} (a(p)) + b(p^{**}), \quad (3)$$

де  $p^{**} = \arg \min_{p \in P} a(p)$ . Точка  $p \in P$  з властивості максимуму

$$b(p^{**}) \leq \max_{p \in P} (b(p)). \quad (4)$$

Тоді з (4), (5) випливає властивість  $\min_{p \in P} (a(p) + b(p)) \leq \min_{p \in P} (a(p)) + \max_{p \in P} (b(p))$ . Що і треба було довести.

Властивість 3. Справедлива нерівність:

$$\min_{p \in P} (a(p) + b(p)) \geq \min_{p \in P} (a(p)) + \min_{p \in P} (b(p)).$$

Доведення. З властивостей мінімуму та максимуму

$$\max_{p \in P} (a(p)) + b(p) \geq a(p) + b(p) \geq \min_{p \in P} (a(p)) + b(p) \text{ та}$$

$$a(p) + \max_{p \in P} (b(p)) \geq a(p) + b(p) \geq a(p) + \min_{p \in P} (b(p)).$$

Додавши ці нерівності маємо справедливості такої:

$$\max_{p \in P} (a(p)) + \max_{p \in P} b(p) \geq a(p) + b(p) \geq \min_{p \in P} a(p) + \min_{p \in P} (b(p)), \text{ а}$$

$$\text{отже } \min_{p \in P} (a(p) + b(p)) \geq \min_{p \in P} a(p) + \min_{p \in P} (b(p)).$$

Властивість 4. Якщо  $a(p)$  і  $b(p)$  задані функції, то виконується наступна нерівність:

$$\max_{p \in P} (a(p) + b(p)) \leq \max_{p \in P} (a(p)) + \max_{p \in P} (b(p)).$$

Доведення. Використовуючи твердження 3 можемо записати

$$\min_{p \in P} (-a(p) + (-b(p))) \geq \min_{p \in P} (-a(p)) + \min_{p \in P} (-b(p)), \text{ тоді}$$

$$-\max_{p \in P} (a(p) + b(p)) \geq -\max_{p \in P} (a(p)) - \max_{p \in P} (b(p)) \text{ або}$$

$$\max_{p \in P} (a(p) + b(p)) \leq \max_{p \in P} (a(p)) + \max_{p \in P} (b(p)),$$

що і треба було довести.

В роботі доведені деякі властивості максимуму і мінімуму, які необхідні зокрема для доведення доведенні збіжності модифікованого ітераційного методу розв'язування задачі комбінаторної оптимізації ігрового типу.

### *Информационные источники*

1. Емец О. А. Доказательство сходимости итерационного метода решения задачи комбинаторной оптимизации игрового типа на размещении / О. А. Емец, Е. В. Ольховская – Кибернетика и сист. анализ. – 2013. – № 1. – С. 102–114.
2. Ємець О. О. Про оцінки мінімумів цільових функцій при оптимізації на сполученнях / О. О. Ємець, А. А. Роскладка // Український математичний журнал. – 1999. – Т. 51. – №8. – С. 1118–1121.