**Українська Федерація Інформатики**

**Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова
Національної академії наук України**

**ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»
(ПУЕТ)**

# КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ ТА НЕЧІТКІ МНОЖИНИ (КОНеМ – 2013)

**Матеріали III Всеукраїнського наукового семінару**
**(м. Полтава, 30-31 серпня 2013 року)**

***За редакцією д. ф.-м. н., професора О. О. Ємця***

**Полтава
ПУЕТ
2013**

**УДК 519.7+519.8**
**ББК 22.176**
К63



## ПРОГРАМНИЙ КОМІТЕТ



К63 Комбінаторна оптимізація та нечіткі множини (КОНеМ – 2013) : матеріали III Всеукр. наук. семінару, (м. Полтава, 30–31 серп. 2013 р.) / за ред. О. О. Ємця. – Полтава : ПУЕТ, 2013. – 87 с. – Текст укр., рос.
ISBN 978-966-184-232-7

У збірнику тез семінару висвітлено сучасну проблематику в таких галузях, як комбінаторна оптимізація та суміжні питання, математичне моделювання і обчислювальні методи, теорія та застосування нечітких множин, сучасні проблеми оптимізації та невизначеності в прийнятті рішень, сучасні проблеми комбінаторики.
Збірник розрахований на фахівців з кібернетики, інформатики, системних наук.

**УДК 519.7+519.8**
**ББК 22.176**

*Матеріали друкуються в авторській редакції мовами оригіналів.*
*За виклад, зміст і достовірність матеріалів відповідають автори.*

ISBN 978-966-184-232-7

## ЗМІСТ

$$d_j = 0 \ \forall j \in J_{\eta-r} \ W \ J_s, \tag{15}$$

где $r, s$ удовлетворяют условиям (7), (8), то условие (12) эквивалентно условиям (5), (6) при

$$x_j^* = y_j^* \quad \forall i \in J_s, \tag{16}$$

$$x_{s+j}^* = y_{\eta-r+j}^* \ \forall j \in J_r, \tag{17}$$

а $c^* = d^*$ .

*Доказательство.*

Перестановка $y = \left(y_1, ..., y_s, y_{s+1}, ..., y_{\eta-r}, y_{\eta-r+1}, ..., y_\eta\right) \in E_{\eta n}\left(G\right)$ определяет при условиях (7), (8) $k$ -размещения

$$x = \left(y_1, y_2, ..., y_s, y_{\eta-r+1}, y_{\eta-r+2}, ..., y_\eta\right) \in E_{\eta n}^k\left(G\right).$$

Поскольку в силу (15) $d_j = 0 \ \forall y_j$ не вошедших из $y$ в $x$ и выполняется условие (13), (14), то $d^* = c^*$, а из (12), (5), (6) и соотношения между $x$ и $y$ следуют формулы (16), (17). Что и требовалось доказать.

В работе получено новое простое решение полностью комбинаторной задачи безусловной оптимизации на множестве размещений. Как направление дальнейших исследований можно рассматривать обобщение этого подхода на другие задачи.

### *Информационные источники*

1. Харди Г. Г. Неравенства / Г. Г.Харди, Дж. Е. Литтльвуд, Г. Полиа. – М. : Изд-во иностр.лит., 1948. – 456 с.
2. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець. – К. : Ін-т системн. досліджень освіти, 1993. – 188 с.

**УДК 519.8**

## ДЕЯКІ ВЛАСТИВОСТІ ФУНКЦІЇ МІНІМУМУ ТА МАКСИМУМУ

***О. О. Ємець,*** *д.ф.-м.н., професор;*
***О. В. Ольховська,*** *аспірант*
*ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»*
*lena@olhovsky.name*

Для доведення математичних співвідношень (див. наприклад [1, 2]) використовують властивості мінімуму та максимуму функції. При їх використанні іноді простіше заново довести потрібні властивості, ніж їх знайти в літературі. Розглянемо деякі властивості мінімуму та максимуму, які використовувалися при доведенні збіжності модифікованого ітераційного методу розв'язування задачі комбінаторної оптимізації ігрового типу на розміщеннях [1]. Нехай $a(p)$ і $b(p)$ – задані на $P$ дійсні функції.

Властивість 1.Справедлива нерівність:

$$\max_{p\in P}\left(a(p)+b(p)\right)\geq \max_{p\in P}\left(a(p)\right)+\min_{p\in P}\left(b(p)\right).$$

Доведення. За властивістю максимуму $\max_{p\in P}\left(a(p)+b(p)\right)\geq$ $\geq a(p)+b(p)$. Це справедливо для $\forall\, p\in P$, зокрема:

$$\max_{p\in P}\left(a(p)+b(p)\right)\geq \max_{p\in P}\left(a(p)\right)+b\left(p^*\right), \tag{1}$$

де $p^*=\arg\max_{p\in P} a(p)$. Точка $p\in P$ з властивості мінімуму

$$b\left(p^*\right)\geq \min_{p\in P}\left(b(p)\right). \tag{2}$$

Тоді з (1), (2) випливає $\max_{p\in P}\left(a(p)+b(p)\right)\geq \max_{p\in P}\left(a(p)\right)+\min_{p\in P}\left(b(p)\right)$. Що і треба було довести.

Властивість 2. Справедлива нерівність:

$$\min_{p\in P}\left(a(p)+b(p)\right)\leq \min_{p\in P}\left(a(p)\right)+\max_{p\in P}\left(b(p)\right).$$

Доведення. За властивістю мінімуму $\min_{p\in P}\left(a(p)+b(p)\right)\leq a(p)+b(p)$. Це справедливо для $\forall\, p\in P$, зокрема:

$$\min_{p\in P}\left(a(p)+b(p)\right)\leq \min_{p\in P}\left(a(p)\right)+b\left(p^{**}\right), \tag{3}$$

де $p^{**}=\arg\min_{p\in P} a(p)$. Точка $p\in P$ з властивості максимуму

$$b\left(p^{**}\right)\leq \max_{p\in P}\left(b(p)\right). \tag{4}$$

Тоді з (4), (5) випливає властивість $\min_{p\in P}\left(a(p)+b(p)\right)\leq \min_{p\in P}\left(a(p)\right)+$ $+\max_{p\in P}\left(b(p)\right)$. Що і треба було довести.

Властивість 3. Справедлива нерівність:

$$\min_{p\in P}\left(a(p)+b(p)\right)\geq\min_{p\in P}\left(a(p)\right)+\min_{p\in P}\left(b(p)\right).$$

Доведення. З властивостей мінімуму та максимуму

$$\max_{p\in P}\left(a(p)\right)+b(p)\geq a(p)+b(p)\geq\min_{p\in P}\left(a(p)\right)+b(p) \text{ та}$$

$$a(p)+\max_{p\in P}\left(b(p)\right)\geq a(p)+b(p)\geq a(p)+\min_{p\in P}\left(b(p)\right).$$

Додавши ці нерівності маємо справедливість такої:

$$\max_{p\in P}\left(a(p)\right)+\max_{p\in P}b(p)\geq a(p)+b(p)\geq\min_{p\in P}a(p)+\min_{p\in P}\left(b(p)\right), \text{ а}$$

отже $\min_{p\in P}\left(a(p)+b(p)\right)\geq\min_{p\in P}a(p)+\min_{p\in P}\left(b(p)\right)$.

Властивість 4. Якщо $a(p)$ і $b(p)$ задані функції, то виконується наступна нерівність:

$$\max_{p\in P}\left(a(p)+b(p)\right)\leq\max_{p\in P}\left(a(p)\right)+\max_{p\in P}\left(b(p)\right).$$

Доведення. Використовуючи твердження 3 можемо записати

$$\min_{p\in P}\left(-a(p)+\left(-b(p)\right)\right)\geq\min_{p\in P}\left(-a(p)\right)+\min_{p\in P}\left(-b(p)\right), \text{ тоді}$$

$$-\max_{p\in P}\left(a(p)+b(p)\right)\geq-\max_{p\in P}\left(a(p)\right)-\max_{p\in P}\left(b(p)\right) \text{ або}$$

$$\max_{p\in P}\left(a(p)+b(p)\right)\leq\max_{p\in P}\left(a(p)\right)+\max_{p\in P}\left(b(p)\right),$$

що і треба було довести.

В роботі доведені деякі властивості максимуму і мінімуму, які необхідні зокрема для доведення доведенні збіжності модифікованого ітераційного методу розв'язування задачі комбінаторної оптимізації ігрового типу.

### *Информационные источники*


1. Емец О. А. Доказательство сходимости итерационного метода решения задачи комбинаторной оптимизации игрового типа на размещениях / О. А. Емец, Е. В. Ольховская – Кибернетика и сист. анализ. – 2013. – № 1. – С. 102–114.
2. Ємець О. О. Про оцінки мінімумів цільових функцій при оптимізації на сполученнях / О. О. Ємець, А. А. Роскладка // Український математичний журнал. – 1999. – Т. 51. – №8. – С. 1118–1121.