Українська Федерація Інформатики

Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова
Національної академії наук України

ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»
(ПУЕТ)

КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ ТА НЕЧІТКІ МНОЖИНИ (КОНеМ – 2013)

Матеріали ІІІ Всеукраїнського наукового семінару
(м. Полтава, 30-31 серпня 2013 року)

За редакцією д. ф.-м. н., професора О. О. Ємця

Полтава
ПУЕТ
2013

УДК 519.7+519.8
ББК 22.176
К63

ПРОГРАМНИЙ КОМІТЕТ

К63 Комбінаторна оптимізація та нечіткі множини (КОНеМ – 2013) : матеріали III Всеукр. наук. семінару, (м. Полтава, 30–31 серп. 2013 р.) / за ред. О. О. Ємця. – Полтава : ПУЕТ, 2013. – 87 с. – Текст укр., рос.

ISBN 978-966-184-232-7

У збірнику тез семінару висвітлено сучасну проблематику в таких галузях, як комбінаторна оптимізація та суміжні питання, математичне моделювання і обчислювальні методи, теорія та застосування нечітких множин, сучасні проблеми оптимізації та невизначеності в прийнятті рішень, сучасні проблеми комбінаторики.

Збірник розрахований на фахівців з кібернетики, інформатики, системних наук.

УДК 519.7+519.8
ББК 22.176

Матеріали друкуються в авторській редакції мовами оригіналів.
За виклад, зміст і достовірність матеріалів відповідають автори.

ISBN 978-966-184-232-7

ЗМІСТ

3. Заде Л. А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений / Л. А. Заде. – М. : Мир, 1976 – 165 с.
4. Заде Л. А. Размытые множества и их применение в распознавании образов и кластер-анализе. В сб.: Классификация и кластер / Л. А. Заде. – М. : Мир, 1980. – С. 208–247.

УДК 519.854

ТЕОРЕМА О РЕШЕНИИ БЕЗУСЛОВНОЙ ЗАДАЧИ МИНИМИЗАЦИИ ЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИИ НА РАЗМЕЩЕНИЯХ

О. А. Емец, *д. ф.-м. н., профессор;*
Т. В. Чиликина, *к. ф.-м .н.*
tv.0502@mail.ru

В данной работе решается задача безусловной оптимизации линейной функции, заданной на размещениях, с использованием известного решение такой задачи для задания функции на перестановках ([1], теорема 348).

Пусть задано мультимножество G η действительных чисел, среди которых k различных, т. е. $G=\{g_1,...,g_\eta\}$, $g_i \in R^1 \quad \forall i \in J_\eta = \{1,2,...,\eta\}$, основа G – упорядоченное множество, $S[G]=\{e_1,e_2,...,e_n\}$, первичная спецификация G – упорядоченное множество $[G]=\{\eta_1,...,\eta_n\}$, где $\eta_1+...+\eta_n=\eta, \quad \eta_i=k_G(e_i)$– кратность элемента в мультимножестве G $\forall i \in J_n$. Здесь и далее J_n– множество первых n натуральных чисел.

Образуем, используя G, общее множество k -размещений $E^k_{\eta n}(G)$, т.е. множество всех упорядоченных k -выборок из G [2].

Рассмотрим такую задачу: найти пару $\langle C^*, x^* \rangle$, где

$$C^* = \min_{x=(x_1,...,x_k)\in E^k_{\eta n}(G)} \sum_{j=1}^{k} c_j x_j; \tag{1}$$

$$x^* = (x_1^*,...,x_k^*) = \arg\min_{x\in E^k_{\eta n}(G)} \sum_{j=1}^{k} c_j x_j. \tag{2}$$

Такую задачу, как известно, называют [7] задачей безусловной линейной полностью комбинаторной задачей на размещениях. В [2, теорема 3.1] задается ее решение: если

$$g_1 \le \ldots \le g_\eta, \tag{3}$$

$$c_1 \ge \ldots \ge c_s \ge 0 \ge c_{s+1} \ge \ldots \ge c_k, \ \ s \in J_k^o, \tag{4}$$

а вектор x^* определяется как (2), то

$$x_i^* = g_i \ \ \forall i \in J_s, \tag{5}$$

$$x_{s+i}^* = g_{\eta-r+i} \ \ \forall i \in J_r, \tag{6}$$

где

$$r+s=k; \ r,s \in J_k^0, \tag{7}$$

а

$$J_k^0 = J_k \cup \{0\}. \tag{8}$$

Доказательство этого факта в [7] проводиться непосредственно.

Покажем, как это утверждение можно получить из теоремы 348 в [1] о минимуме скалярного произведения векторов с фиксированными наборами элементов.

Как следует из теоремы 348 [1] координаты $y_1^*,\ldots,y_\eta^*$ точки $y^* \in E_{\eta n}(G)$, является перестановкой элементов мультимножества G в задаче нахождения пары $\langle d^*, y^* \rangle$, где

$$d^* = \min_{y=(y_1,\ldots,y_\eta)\in E_\eta(G)} \sum_{j=1}^{\eta} d_j y_j; \tag{9}$$

$$y^* = \arg\min_{y\in E_\eta(G)} \sum_{j=1}^{\eta} d_j y_j; \tag{10}$$

а $E_{\eta n}(G)$ – множество перестановок элементов мультимножества G в [2], находится при выполнении условия (3) и такого:

$$d_1 \ge \ldots \ge d_\eta, \tag{11}$$

так:

$$y_j^* = g_j \ \ \forall j \in J_\eta. \tag{12}$$

Теорема. Если

$$d_j = c_j \ \ \forall j \in J_s, \tag{13}$$

$$d_{\eta-r+j} = c_{s+j} \ \ \forall j \in J_r, \tag{14}$$

$$d_j = 0 \ \forall j \in J_{\eta-r} \setminus J_s, \tag{15}$$

где r, s удовлетворяют условиям (7), (8), то условие (12) эквивалентно условиям (5), (6) при

$$x_j^* = y_j^* \quad \forall i \in J_s, \tag{16}$$

$$x_{s+j}^* = y_{\eta-r+j}^* \ \forall j \in J_r, \tag{17}$$

а $c^* = d^*$.

Доказательство.

Перестановка $y = \left(y_1, \dots, y_s, y_{s+1}, \dots, y_{\eta-r}, y_{\eta-r+1}, \dots, y_\eta\right) \in E_{\eta n}(G)$ определяет при условиях (7), (8) k -размещения

$$x = \left(y_1, y_2, \dots, y_s, y_{\eta-r+1}, y_{\eta-r+2}, \dots, y_\eta\right) \in E_{\eta n}^k(G).$$

Поскольку в силу (15) $d_j = 0 \ \forall y_j$ не вошедших из y в x и выполняется условие (13), (14), то $d^* = c^*$, а из (12), (5), (6) и соотношения между x и y следуют формулы (16), (17). Что и требовалось доказать.

В работе получено новое простое решение полностью комбинаторной задачи безусловной оптимизации на множестве размещений. Как направление дальнейших исследований можно рассматривать обобщение этого подхода на другие задачи.

Информационные источники

1. Харди Г. Г. Неравенства / Г. Г.Харди, Дж. Е. Литтльвуд, Г. Полиа. – М. : Изд-во иностр.лит., 1948. – 456 с.
2. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець. – К. : Ін-т системн. досліджень освіти, 1993. – 188 с.

УДК 519.8

ДЕЯКІ ВЛАСТИВОСТІ ФУНКЦІЇ МІНІМУМУ ТА МАКСИМУМУ

О. О. Ємець, *д.ф.-м.н., профессор;*
О. В. Ольховська, *аспірант*
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»
lena@olhovsky.name

Для доведення математичних співвідношень (див. наприклад [1, 2]) використовують властивості мінімуму та максимуму функції. При їх