УДК 519.8

Л.М. Колєчкіна

БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ТРАНСПОРТНА ЗАДАЧА НА КОМБІНАТОРНИХ МНОЖИНАХ ТА МЕТОД ЇЇ РОЗВ'ЯЗАННЯ

Вступ

Сучасний підхід до задачі моделювання маршрутів передбачає: інтелектуалізацію алгоритмів розв'язання і широке використання евристичних методів; ускладнення задачі внаслідок переходу від класичної схеми однокритеріальної оптимізації до методів розв'язання векторної (багатокритеріальної) оптимізації, що застосовуються на сучасних комп'ютерних засобах і засобах зв'язку для розв'язання проблем управління на транспорті в режимі реального часу. Завдання, що розв'язуються в транспортній сфері, часто відрізняються підвищеною складністю і є так званими *NP*-складними задачами (задачами з нелінійною поліноміальною оцінкою числа ітерацій розв'язків). У зв'язку з цим традиційні методи розв'язання задач, що добре зарекомендували себе, тут виявляються безсилі — позначається підвищена вимогливість до машинних ресурсів при реалізації таких алгоритмів. Іншою проблемою, що стоїть перед завданням моделювання транспортних маршрутів, є правильний вибір критерію оптимізації, здатного ефективно вирішувати завдання, що виникли, і допомогти обґрунтувати вибір розв'язку. Для формування критерію оптимальності розв'язання задач маршрутизації насамперед використовуються прості кількісні характеристики транспортного процесу: об'ємно-масові характеристики планованого до перевезення вантажу, гранична кількість використовуваних транспортних засобів, сумарний пробіг автомобілів, сумарна тривалість роботи та ін. Раніше ці показники утворювали найбільш прості критеріальні функції, такі, як: максимізація обсягу перевезеного вантажу; мінімізація кількості використовуваних автомобілів для виконання заданого об'єму перевезень; мінімізація сумарної транспортної роботи; мінімізація загального пробігу та ін. Тепер же перед галуззю стоїть завдання формування багатокритеріальних функцій оптимізації на основі однокритеріальних функцій. Проводяться оцінки взаємної близькості критеріїв і їх співставлення для порівняння параметрів цих функцій. Постановка оптимізаційних задач транспортного планування з кількома критеріями оптимізації (багатокритеріальних задач або задач векторної оптимізації) — це наслідок виникнення ринку транспортних послуг і природне прагнення автотранспортних підприємств задовольнити інтереси всіх учасників транспортного бізнесу, а не лише вантажоодержувачів або вантажовідправників [1, 2]. Транспорт стає все швидшим і маршрут між двома об'єктами займає все менше і менше часу. Тому одним із найцікавіших сучасних напрямів теорії ухвалення рішень є багатокритеріальні задачі [3—9]. Актуальність цього напряму визначена тим, що багато практичних задач планування і управління в соціально-економічних системах зводяться до задач багатокритеріальної оптимізації, але поряд з цим область допустимих розв'язків, на якій розглядається ряд критеріїв, в деяких випадках має комбінаторні властивості перестановок, розміщень, сполучень та ін. На сьогодні опубліковано велику кількість праць, які присвячені різним питанням розв'язання задач оптимізації на комбінаторних множинах, а також задач дискретної оптимізації [1, 5—12]. Також у працях розглянуто транспортні задачі на комбінаторній множині [10, 11]. У свою чергу, великий інтерес становлять багатокритеріальні транспортні задачі, моделі яких описані в працях [1, 2]. Але актуальним є завдання поєднання багатокритеріальності і комбінаторних властивостей області допустимих розв'язків.

Постановка задачі

Мета даної статті — розглянути загальну транспортну задачу з багатьма критеріями на комбінаторній множині перестановок як модель класу багатокритеріальних задач на комбінаторних конфігураціях.

Основні поняття та визначення

Як відомо, комбінаторні задачі можна сформулювати так: дано n-множину елементів, на ній задано скінченну множину комбінацій $A = (a_1, a_2, \ldots, a_r)$. Під комбінаціями $a_1, a_2, \ldots, a_r$ можна розуміти перестановки, сполучення, розміщення та інші послідовності. На множині A задається функція $f(x)$. Необхідно знайти екстремум $f(x)$ (максимум або мінімум) і елементи множини A, які цей екстремум доставляють. Сама постановка екстремальних комбінаторних задач диктує вибір операцій, що застосовуються для їх розв'язання.

Для розв'язування комбінаторних задач часто використовуються методи лінійного програмування. Для цього елементи комбінаторних множин π_i інтерпретуються як точки евклідового простру, щоб "цільова" функція $f(x)$ стала лінійної форми. Далі розглядається задача знаходження екстремуму цієї функції на опуклій оболонці заданих точок (тобто на опуклому многограннику). Насправді, екстремум лінійної форми на многограннику досягається в одній з його вершин, які входять у множину розглядуваних елементів.

Особливістю комбінаторних задач при такому зведенні залишається те, що при знаходженні розв'язку слід обмежуватися лише точками з цілочисловими координатами. Тоді розв'язок комбінаторних екстремальних задач являє собою перестановку $(a_1, a_2, ..., a_n)$ чисел 1, 2,..., n, отриману в результаті призначень виду $i \to a_i : i \in P_n$. Метою є знаходження значення функції $f(x) = \text{ext} \sum_{i=1}^{n} c_i x_i$ на скінченній множині зазначених перестановок. Кожна перестановка може бути інтерпретована як точка в n^2-вимірному евклідовому просторі; при цьому її зручніше записати у вигляді $(n \times n)$-матриці $X = \| x_{ij} \|$, де $x_{ij} = 1$ [12]. Так само елементи множини перестановок можна інтерпретувати як вершини переставного многогранника. Але задача ускладнюється, якщо розглядаються дві або більше лінійних форм – тоді її можна інтерпретувати як задачу багатокритеріальну на комбінаторних конфігураціях. Такі задачі були розглянуті в працях [5–9]. Багатокритеріальна комбінаторна задача має вигляд

$$Z(\Phi, P_n(A)) : \max\{\Phi(a) \mid a \in P_n(A)\} \qquad (1)$$

і полягає в максимізації векторного критерію $\Phi(a)$ на евклідовій комбінаторній множині, наприклад на множині перестановок з повтореннями $P_{nk}(A)$, де $\Phi(a) = (\Phi_1(a), \Phi_2(a), ..., \Phi_l(a))$, $\Phi_i : E(A) \to R^1$, $i \in N_l$.

Відомо [12], що кожний елемент множини $P_{nk}(A)$ є впорядкованим набором n дійсних чисел, з яких k були різними. Не втрачаючи загальності, упорядкуємо елементи множини A в такий спосіб:

$$a_1 \le a_2 \le \ldots \le a_n. \qquad (2)$$

Опуклою оболонкою множини перестановок є переставний многогранник $\Pi = \text{conv}\, P_{nk}(A)$, множина вершин якого дорівнює множині $P_{nk}(A)$ перестановок: $\text{vert}\, \Pi_{nk}(A) = P_{nk}(A)$.

Наряду з класичним переставним многогранником, введеним Радо [12], відомо загальний опис переставного многогранника $\Pi_{nk}(A) = \text{conv}\, P_{nk}(A)$ у вигляді системи лінійних нерівностей:

$$\left\{ \sum_{j=1}^{n} x_j \le \sum_{j=1}^{n} a_j, \quad \sum_{j=1}^{i} x_{\alpha_j} \ge \sum_{j=1}^{i} a_j \right\}, \qquad (3)$$

$$\alpha_j \in N_n, \;\; \alpha_j \ne \alpha_t \;\; \forall j \ne t, \;\; \forall j, \; t \in N_i, \;\; \forall i \in N_{n-1},$$

$$\text{а } P_{nk}(A) = \text{vert}\, \Pi_{nk}(A).$$

При відображенні множини перестановок $P_{nk}(A)$ в евклідів простір R^n сформульована вище задача матиме вигляд $Z(F, X)$: максимізувати деякий векторний критерій $F(x)$ на множині X, причому кожній точці $a \in P_{nk}(A)$ буде відповідати точка $x \in X$, така, що $F(x) = \Phi(a)$:

$$Z(F, X) : \max\left\{ F(x) \mid x \in X \right\},$$

де $F(x) = (f_1(x), f_2(x), ..., f_l(x))$, $f_i(x)$ відповідає функціоналу $\Phi_i(a)$, $f_i : R^n \to R^1$, $i \in N_l$; X – непуста множина в R^n, визначена таким чином: $X = \text{vert}\, \Pi_{nk}$, $\Pi_{nk} = \text{conv}\, P_{nk}(A) = \Pi$. Під відповідністю векторної функції F вектору функціоналів Φ мається на увазі співвідношення

$$\Phi(a) = F(\varphi(a)) \;\; \forall a \in P_{nk}.$$

Задача $Z(F, X)$ може містити також додаткові лінійні обмеження, що утворюють опуклу многогранну множину $D \subset R^n$ вигляду $D = \{x \in R^n \mid Bx \le d\}$, де $d \in R^m$, $B \in R^{m \times n}$. Таким чином, область допустимих значень має вигляд

$$X = \text{vert}\, \Pi \cap D.$$

Підхід до розв'язання багатокритеріальної транспортної задачі на комбінаторних множинах

У даній статті розглядається багатокритеріальна транспортна задача на комбінаторній множині перестановок. Зрозуміло, що така задача відрізняється від класичної, яка належить до задач лінійного програмування, наявністю кількох цільових функцій (двох і більше).

Специфічна особливість багатокритеріальної транспортної задачі полягає в тому, що змінні x_{ij} зображені квадратною матрицею, $i, j \in N_n$, а також на них накладаються умови належності множині перестановок. Хоча ці задачі можна уявити як деяке узагальнення цілочислових транспортних задач, вони становлять інтерес і як самостійний клас комбінаторної векторної оптимізації.

Серед можливих багатокритеріальних постановок слід виділити в окремий клас задач — багатокритеріальні транспортні на комбінаторних конфігураціях, постановка яких полягає в тому, що задано цілочислові вектори $a = (a_1, ..., a_m)$, $b = (b_1, ..., b_n)$, $a_i, b_j \geq 1$, $i \in N_m$, $j \in N_n$, $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$, і матриця має вигляд $C_k = \left\| c_{ij}^k \right\|_{m \times n}$, $k \in N_n$. Множина планів X складається із всіх цілочислових матриць $x = \| x_{ij} \|_{m \times n}$, що задовольняють відомі умови транспортної задачі:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, i \in N_m \text{ (на об'єм виробництва);}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, j \in N_n \text{ (на об'єм споживання);}$$

$x_{ij} \geq 0$, $i \in N_m$, $j \in N_n$ (при комбінаторних умовах $x \in \Pi$).

На X задано векторну цільову функцію $F(x) = (f_1(x), f_2(x), ..., f_l(x))$, де $f_k(x) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}^k x_{ij}$, що визначає паретовську множину при двох і більше критеріях.

Отже, враховуючи особливості багатокритеріальної задачі, під розв'язанням задачі $Z(F, X)$ будемо розуміти знаходження елементів таких множин: $P(F, X)$ — ефективних (парето-оптимальних), $\mathrm{Sl}(F, X)$ — напівефективних (за Слейтером), $\mathrm{Sm}(F, X)$ — строго ефективних (за Смейлом) розв'язків. Багатокритеріальна транспортна задача на комбінаторній множині полягає в знаходженні повної множини альтернатив, елементи якої є вершинами многогранника перестановок.

Початковий аналіз багатокритеріальної транспортної задачі полягає у видаленні з області допустимих значень D_x, гірших, ніж домінуючі розв'язки x. Розв'язок x' домінує над розв'язком x $(x' > x)$, якщо при x' хоча б один критерій має більше значення при рівності інших. Тому розв'язок x може бути знятим з подальшого розгляду як гірший, ніж x'. Якщо розв'язок x' не домінує над жодним із розв'язків $x \in D_x$, то його називають парето-оптимальним або ефективним розв'язком. Таким чином, розв'язок — це непокращуваний (недомінуючий) розв'язок, і розв'язок, який вибрала особа, що приймає рішення, повинен мати цю властивість — інші розв'язки немає сенсу розглядати.

Формальне визначення парето-оптимального розв'язку x' записується як вимога про відсутність такого розв'язку $x \in D_x$, при якому б були виконані умови $F(x) \geq F(x')$, і хоч би одна з них — строго із знаком ">".

Іншими словами, ця умова виражає вимогу неможливості покращення розв'язку x' в межах області допустимих значень D_x ні по одному з критеріїв без погіршення хоча б одного з них.

Ефективний розв'язок є прямим узагальненням поняття точки максимуму числової функції на випадок кількох функцій. Як правило, в багатокритеріальних задачах множина цих розв'язків є непуста, тому оптимальний розв'язок повинен вибиратися серед ефективних, хоча ефективний розв'язок, зазвичай, не один, а становить множину ефективних розв'язків.

Можна навести ряд задач, моделі яких укладаються в рамки сформульованого вище класу задач.

Приклади прикладних задач як моделі багатокритеріальних транспортних задач на комбінаторних конфігураціях

Задача* 1. *Транспортна задача мінімізації витрат з максимізацією прибутку виробництва.

Розглянемо економічну систему, в якій здійснюється виробництво й транспортування продукції. Маємо m пунктів виробництва (заводів, підприємств, фірм і т. п.) $A_i, i \in N_m$, у кожному з яких може виготовлятися задана кількість a_i^s одиниць продукції s-го виду – одна величина із заданої мультимножини елементів A, тобто $a_i^s \in \{a_1, ..., a_s\} = A$, $s \in N_p$, де $s = mp$. Продукція розподіляється між пунктами – n споживачами $B_j, j \in N_n$, кожному з яких потрібно не менше ніж b_j^s одиниць продукції s-го виду, де $s \in N_p$. Транспортні витрати під час перевезення одиниці продукції s-го виду з пункту $A_i, i \in N_m$, в пункт $B_j, j \in N_n$, дорівнюють c_{ij}^s, а прибуток від виробництва одиниці s-го виду продукції в пункті $A_i, i \in N_m$, за умови, що вона споживається в пункті $B_j, j \in N_n$, дорівнює d_{ij}^s. Витрати на навантаження й розвантаження продукції, які не залежать від i, j, s, попередньо визначені і дорівнюють c_0, а частина загального прибутку від реалізації продукції, що не залежить від i, j, s, дорівнює d_0.

Потрібно визначити план перевезень продукції x_{ij}^s, $s \in N_p, i \in N_m, j \in N_n$, з пунктів $A_i, i \in N_m$, у пункти $B_j, j \in N_n$, щоб сумарні транспортні витрати були мінімальними, а сумарний прибуток – максимізувався.

Побудуємо математичну модель даної задачі. Позначимо: y_i^s – кількість одиниць продукції s-го виду, що виробляється в $A_i, i \in N_m$. Дана змінна y_i^s може набувати будь-якого значення з мультимножини A, тобто бути елементом множини $A = \{a_1, ..., a_q\} : y_i^s \in \{a_1, ..., a_q\}$.

Розглянемо $P_{qk}(A)$ – загальну множину перестановок всіх елементів з мультимножини A, де k – число різних елементів в A, а $pm = q$. Оскільки для кожної змінної y_i^s визначається одне із значень a_i^s (кожний раз інший елемент A) і навпаки, тобто y_i^s – компонента перестановок з елементів мультимножини A, то

$$y = (y_1^1, ..., y_m^1, ..., y_1^p, ..., y_m^p) \in P_{qk}(A),$$

де, нагадаємо, q – кількість елементів; k – кількість різних елементів в A, а $P_{qk}(A)$ – загальна множина перестановок елементів мультимножини A.

Тоді d – це вектор, що є перестановкою елементів мультимножини A. Всі такі перестановки утворять загальну множину перестановок $P_{qk}(A)$. У цьому полягають комбінаторні, зокрема переставні, властивості задачі. Зазначимо, що ці властивості складніше врахувати при розв'язанні моделі, ніж дискретність змінних, оскільки методи розв'язання комбінаторних багатокритеріальних задач не достатньо розроблені.

Математична модель задачі матиме вигляд: знайти точку, що доставляє екстремум таким функціям:

$$f_1(x) = \min_{x \in R^t} \sum_{s=1}^{p} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}^s x_{ij}^s + c_0,$$

$$f_2(x) = \max_{x \in R^t} \sum_{s=1}^{p} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} d_{ij}^s x_{ij}^s + c_0,$$

при комбінаторній умові, що враховує переставні властивості області допустимих розв'язків задачі:

$$d = (y_1^1, ..., y_m^1, ..., y_1^p, ..., y_m^p) \in (y_1, ..., y_q) \in P_{qk}(A);$$

при лінійних додаткових обмеженнях:

1) на об'єми перевезень $\sum_{j=1}^{n} x_{ij}^s \le y_i^s$, де $i \in N_m$, $s \in N_p$;

2) на об'єми споживання $\sum_{i=1}^{m} x_{ij}^s \ge b_i^s$, де $j \in N_n$, $s \in N_p$, $q = pm$.

Зазначимо, що можуть бути враховані й іншого виду обмеження в цій моделі, якщо вони виникнуть.

Задача 2. Транспортна задача, що враховує витрату палива і час доставки вантажів. Нехай у пунктах $A_1, ..., A_m$ виробляють деякий однорідний продукт, причому обсяг виробництва в пункті A_i становить a_i одиниць, $i \in N_m$. Допустимо, що даний продукт споживають у пунктах $B_1, ..., B_n$, а об'єм споживання в пункті B_j становить b_j одиниць, $j \in N_n$. Припустимо, що з кожного пункту виробництва можливе транспортування продукту в будь-який пункт споживання, але врахуємо, що маршрут між двома пунктами може бути перевантажений транспортними засобами. Транспортні витрати по перевезенню одиниці продукції з пункту A_i в пункт B_j дорівнюють c_{ij}, $i \in N_m$, $j \in N_n$.

Необхідно визначити такий план перевезень, при якому запити всіх споживачів B_j повністю задоволені, весь продукт із пунктів виробництва вивезено і сумарні транспортні витрати мінімальні, причому окремо виведено показник мінімізації витрати палива. Також необхідно мінімізувати середній час доставки вантажів і максимізувати виробництво продукції за заданою технологією.

Сформулюємо математичну модель даної задачі. Позначимо цільові функції:

$f_1(x) = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to \min$ — вартість транспортних витрат при перевезенні;

$f_2(x) = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} d_{ij}x_{ij} \to \max$ — прибуток за заданою технологією;

$f_3(x) = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} h_{ij} \to \min$ — витрата палива;

$f_4(x) = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} t_{ij} \to \min$ — середній час доставки вантажів, де x_{ij} — фіксований об'єм продукту, що має такі обмеження:

$$X = (x_{11}, x_{12}, ..., x_{1n}, x_{2n}, ..., x_{2n}, ..., x_{m1}, ..., x_{mn}) \in P_{qk}(A),$$
$$q = mn.$$

Алгоритм розв'язання багатокритеріальної транспортної задачі на комбінаторних конструкціях методом головного критерію

Слід зазначити, що при побудові алгоритму розв'язування даної задачі необхідно врахувати такі її особливості: 1) багатокритеріальність цільової функції; 2) комбінаторні властивості області допустимих розв'язків; 3) властивості транспортної задачі.

Для розглянутого класу векторних задач на комбінаторній множині перестановок пропонується метод головного критерію. Він полягає в тому, що вхідна багатокритеріальна задача зводиться до задачі оптимізації за одним критерієм $f_r(x), r \in N_l$, що є головним, за умови, що значення всіх інших критеріїв мають бути не менше деяких встановлених величин (граничних значень) $t_i, i \in N_l \setminus \{r\}$. Після вибору головного критерію — цільової функції — та переведення інших критеріїв в обмеження розв'язується класична однокритеріальна транспортна задача. Застосування даного підходу до розв'язання багатокритеріальної транспортної задачі аналогічно розв'язанню класичної задачі лінійного програмування.

Отже, маємо задачу:

$$Z(f_r, X(t_i)) : \min\{f_r(x) | f_i(x) \le t_i, i \in N_l \setminus \{r\}, x \in X\}.$$

Оптимальний розв'язок x^0 цієї задачі завжди є слабоефективним, а якщо він єдиний (з точністю до еквівалентності "$\approx_f$"), то і ефективним. Якщо розв'язок x^0 ефективний, то він є єдиним (з точністю до еквівалентності "$\approx_f$") розв'язком задачі $Z(f_r, X(t_i))$ при будь-якому фіксованому $r \in N_l$ і $t_i = f_i(x^0), i \in N_l \setminus \{r\}$. Вибір одного з критеріїв як головного ніяк не зменшує свободи вибору оптимального розв'язку.

Загальна ідея запропонованого методу розв'язання задачі $Z(F, X)$ полягає в послідовному введенні обмежень задачі, що описують область допустимих розв'язків. Надалі транспортна задача розв'язується методом потенціалів, а перевірка умови належності розв'язку комбінаторним властивостям здійснюється порівнянням одержаного розв'язку з елементами перестановки.

Алгоритм

1. Зводимо багатокритеріальну задачу $Z(F,X)$ до однокритеріальної задачі $Z(f_r, Y(t_i))$, вибираючи головний критерій. Покладемо, $\nu = 0$.

2. Вибираємо обмеження початкової системи, що визначає область $G^\nu \subset G$, розв'язуємо транспортну задачу $Z(f, G^\nu)$ за допомогою методу потенціалів і знаходимо оптимальний розв'язок y^ν.

3. Якщо отриманий оптимальний розв'язок є точкою множини перестановок, тобто вершиною многогранника перестановок, то в знайденій точці y^ν перевіряємо виконання обмежень, які не були враховані. Очевидно, ними можуть бути лише ті обмеження, що

описують опуклу многогранну множину D. Якщо розв'язок y^{ν} не задовольняє ці обмеження, то варто додати до обмежень допустимої області задачі $Z(f_r, G^{\nu}(t_i))$ найбільш порушене з обмежень многогранної множини D. Якщо розв'язок y^{ν} задовольняє зазначені обмеження, то він є ефективним розв'язком задачі $Z(f, G^{\nu})$, а отже, і задачі $Z(F, X)$.

4. Якщо отриманий розв'язок y^{ν} не є точкою множини перестановок, то будуємо відсікання, що проходить через суміжні вершини і вершину, що відсікає ту, яка не є допустимою (точкою перестановок). Додаємо це відсікання до обмежень задачі $Z(f, G^{\nu})$.

5. Порівнюємо значення $f(y^{\nu})$ із значенням цільової функції, знайденим на попередньому кроці. Якщо воно зменшується, то відкидаємо неактивні обмеження в точці y^{ν}. Якщо значення $f(y^{\nu})$ не змінюється, то ніякі обмеження не відкидаємо. Із зміненою допустимою областю задачі $Z(f, G^{\nu})$ переходимо до п. 2 для розв'язання цієї задачі.

Та обставина, що жодне з обмежень не відкидається, якщо $f(y^{\nu})$ залишається таким, що дорівнює попередньому значенню, гарантує, що розв'язується тільки скінченна кількість задач вигляду $Z(f, G^{\nu})$.

Висновки

На прикладі сформульованої моделі транспортної задачі можна розв'язувати економічні задачі, які за своїм характером не мають нічого спільного з транспортуванням вантажів, бо величини, означені в сформульованій математичній моделі, можуть мати різний зміст. Отже, математична модель багатокритеріальної транспортної задачі із врахуванням комбінаторних властивостей області допустимих розв'язків може бути застосована при розв'язуванні практичних задач економіки, техніки, народного господарства. Встановлений взаємозв'язок між багатокритеріальною транспортною задачею на комбінаторній множині перестановок та багатокритеріальною задачею на неперервній допустимій множині дає можливість використати класичні методи неперервної оптимізації до розв'язання векторних комбінаторних задач і на цій основі розвивати нові ефективні методи, застосовуючи властивості комбінаторних множин і їх опуклих оболонок. Запропонований підхід до розв'язання задачі $Z(F, X)$, що полягає у зведенні пошуку розв'язків вхідної задачі до розв'язання серії скалярних (однокритеріальних) задач, можна застосовувати до розв'язування подібних задач на інших комбінаторних конфігураціях.

У подальших дослідженнях планується розглянути багатокритеріальні транспортні задачі на інших комбінаторних множинах, а також реалізацію запропонованого методу.

Л.Н. Колечкина

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА НА КОМБИНАТОРНЫХ МНОЖЕСТВАХ И МЕТОД ЕЕ РЕШЕНИЯ

Рассмотрена многокритериальная транспортная задача на комбинаторной конфигурации перестановок. Предложен подход к ее решению в случае одного, двух и больше критериев. Обоснованы особенности нахождения множества эффективных решений при наличии двух и больше критериев. Приведены математические модели прикладных задач, которые сводятся к многокритериальным транспортным.

L.M. Kolechkina

A MULTICRITERION TRANSPORT PROBLEM ON COMBINATORIAL SETS AND THE METHOD OF ITS SOLVING

The present paper aims to study a multicriterion transport problem on the combinatorial configuration of transpositions. We introduce the approach to its solving in case of one, two and more criteria. We also prove the specificity of finding a lot of effective solutions given that there are two and more criteria. Finally, we develop the mathematical models of the applied tasks which reduce to the multicriterion transport problems.

1. *Сергиенко И.В.* Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации. — К.: Наук. думка, 1988. — 472 с.
2. *Батищев Д.И., Коган Д.И., Шахриев К.* Многокритериальные транспортные задачи: Учеб. пос. — Горький: ГГУ, 1984. — 64 с.
3. *Подиновский В.В., Ногин В.Д.* Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. — М.: Наука, 1982. — 256 с.
4. *Штойер Р.* Многокритериальная оптимизация. — М.: Радио и связь, 1992. — 504 с.
5. *Семенова Н.В., Колечкина Л.Н., Нагорная А.Н.* Подход к решению векторных задач дискретной оптимизации на комбинаторном множестве перестановок // Кибернетика и системный анализ. — 2008. — № 3. — С. 158—172.
6. *Семенова Н.В., Колечкина Л.Н., Нагорная А.Н.* Решение и исследование векторных задач комбинаторной оптимизации на множестве полиперестановок // Пробл. управления и информатики. — 2008. — № 6. — С. 26—41.
7. *Semenova N.V., Kolechkina L.M., Nagirna A.M.* Vector combinatorial problems in a space of combinations with linear fractional functions of criteria // Inform. Theories and Appl. — 2008. — **15**. — P. 240—245.
8. *Семенова Н.* Векторные задачи на комбинаторном множестве полиразмещений: условия оптимальности и подход к решению // Inform. Theories and Knowledge. — 2008. — **2**. — P. 187—195. (Intern. Book Series “Information science and computing”, N7.)
9. *Колечкина Л.* Многокритериальные задачи на комбинаторном множестве полиразмещений: структурные свойства решений // Ibid. — P. 180—186.
10. *Ємець О.О., Парфьонова Т.О.* Транспортні задачі комбінаторного типу // Вест. Харьков. нац. автомобильно-дорожного ун-та. — 2005. — Вып. 29. — С. 162—164.
11. *Ємець О.О., Парфьонова Т.О.* Наближений метод для розв’язування комбінаторних транспортних задач // Радиоэлектроника и информатика. — 2006. — № 2. — С. 39—41.
12. *Емеличев В.А., Ковалев М.М., Кравцов М.К.* Многогранники, графы, оптимизация. — М.: Наука, 1981. — 344 с.

Рекомендована Радою
факультету прикладної математики
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
2 липня 2009 року