



# ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ

ПОЛТАВСЬКОГО ДЕРЖАВНОГО  
ПЕДАГОГІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ  
ІМЕНІ В.Г.КОРОЛЕНКА

ВИПУСК 1(9)

СЕРІЯ  
«ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ  
НАУКИ»

ПОЛТАВА  
2000

# **ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ**

**ПОЛТАВСЬКОГО ДЕРЖАВНОГО  
ПЕДАГОГІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ  
ІМЕНІ В.Г.КОРОЛЕНКА**

**ВИПУСК 1(9)**

**СЕРІЯ  
«ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ  
НАУКИ»**

**ПОЛТАВА — 2000**

Вісник Полтавського державного педагогічного університету ім. В.Г.Короленка. Збірник наукових праць: — Випуск 1 (9). — Серія "Фізико-математичні науки". — Полтава, 2000. — 220 с.

У першому розділі збірника наукових праць опубліковано роботи з питань сучасної математики і фізики.

У другому розділі вміщено матеріали Міжнародної науково-практичної конференції "Екологічні аспекти застосування природних розчинів та мінералів", проведеної на базі фізико-математичного факультету Полтавського державного педагогічного університету ім. В.Г.Короленка 6-9 грудня 1999 р.

Доповіді присвячені проблемам вивчення розчинів електролітів, зумовленим практичною необхідністю знання їх фізичних властивостей і структури. Особлива увага звернута на дослідження бішофіту (водний хлорид магнію) й інших водних розчинів електролітів.

*Головна редакційна колегія:*

доктор іст.наук, проф., член-кор. АПН України  
Пашенко В.О. (головний редактор),  
доктор пед.наук, проф., член-кор. АПН України Бойко А.М.,  
доктор пед.наук, доц. Гриньова М.В.,  
доктор екон.наук, проф. Жученко В.С.,  
доктор іст.наук, проф. Лобурець В.С.,  
доктор філол.наук, доц. Ніколенко О.М.,  
доктор фіз.-мат.наук, акад. АН ВШ України Руденко О.П.

*Редакційна колегія серії:*

доктор фіз.-мат.наук Баранник А.Ф.,  
доктор фіз.-мат.наук Поперенко Л.В.,  
доктор фіз.-мат.наук Руденко О.П.,  
доктор фіз.-мат.наук Сперкач В.С.,  
доктор хім.наук, кандидат фіз.-мат.наук Шилов В.В.

Літературний редактор — канд. філ.наук, доц. Жигилій Н.В.

Друкується за ухвалою вченої ради Полтавського державного педагогічного університету ім. В.Г.Короленка (протокол № 7 від 27 січня 2000 р.).

Збірник уходить до Переліку №2 наукових праць, у яких можуть публікуватися основні результати дисертаційних робіт (Постанова президії Вищої атестаційної комісії України від 8 вересня 1999 р., №01-05/9).

Свідectво про державну реєстрацію ПЛІ № 248.

ISBN 966-7653-26-9

7. Roussel Ph.J., Vanhellmont J., and Maes H.E. Numerical aspects of effective medium approximation models in spectroscopic ellipsometry regression software // Thin Solid Films, 1993. – Vol. 234. – P. 423-427.

## Намагніченість двовимірних провідників із домішковими станами електронів

О.М.Єрмолаєв,  
А.І.Шурдук

Електронні системи з двовимірною провідністю вивчаються давно [1]. До них належать тонкі плівки металів, інверсійні шари на межі напівпровідників і діелектриків, гетероструктури з селективним легуванням, надрешітки, електрони на поверхні рідкого гелію. В цих системах відкрито ряд цікавих явищ, зокрема квантовий ефект Холла, різні типи локалізації електронів. Двовимірні електронні системи є важливою складовою частиною пристроїв електронної техніки. Все це зумовлює підвищений інтерес дослідників до таких систем.

Вивченню магнітних властивостей двовимірних провідників присвячені роботи [2,3]. В цих роботах з'ясовано, як квантування Ландау впливає на пара- і діамагнітну намагніченість електронів. З'ясовано також, як незначна кількість домішкових атомів впливає на магнітні властивості двовимірних провідників [1]. Вважається, що домішки зумовлюють тільки розширення рівнів Ландау. В результаті з'являються малі поправки до монотонної частини намагніченості електронів і фактор Дінглія в осцилюючій частині [1]. Вони зумовлені частотою зіткнень електронів із домішковими атомами. Але домішки не тільки обмежують вільний пробіг електронів. Вони значно впливають на їх енергетичний спектр. Поряд із рівнями Ландау існують локальні рівні електронів у полі домішкових атомів. Вони відщеплені від рівнів Ландау "вниз" у випадку домішків, які притягають електрони, й "угору", коли вони їх відштовхують [4]. У цій роботі з'ясовано, як локальні рівні електронів впливають на пара- і діамагнітну намагніченість двовимірних провідників.

Розглянута стандартна модель двовимірного електронного газу в площині  $z=0$ . Закон дисперсії електронів ізотропний та квадратичний. Домішкові атоми хаотично розподілені в площині  $z=0$ . Магнітне поле  $H$  перпендикулярне цій площині.

У лінійному наближенні по густині  $n_1$  домішкових атомів густина станів електронів як функція енергії  $\varepsilon$  має вигляд

$$g(\varepsilon) = g_0(\varepsilon) + \delta g(\varepsilon),$$

де  $g_0$  — внесок рівнів Ландау [2, 3], а  $\delta g$  — локальних рівнів [5]. Він дорівнює

$$\delta g(\varepsilon) = n_i \sum \delta(\varepsilon - \varepsilon_{n\sigma}^l)$$

Тут  $\varepsilon_{n\sigma}^l$  — положення  $n$ -го локального рівня зі спіновим квантовим числом  $\sigma$ . Термодинамічний потенціал електронного газу дорівнює  $\Omega = \Omega_0 + \delta\Omega$ , де  $\Omega_0$  — відомий внесок [2,3], а  $\delta\Omega$  — внесок локальних рівнів. Його можна записати так:

$$\delta\Omega = -\frac{n_i T}{2i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{d\lambda}{\lambda \sin \pi \lambda} e^{\lambda \frac{\xi}{T}} \cdot \text{sh}^{-1} \frac{\lambda \omega_c}{2T} \cdot \text{ch} \frac{\lambda \mu H}{T}. \quad (1)$$

Тут  $T$  — температура в енергетичних одиницях,  $\xi' = \xi \pm \Delta$ ,  $\xi$  — хімічний потенціал електронів,  $\Delta$  — відстань між рівнем Ландау і відщепленим від нього локальним рівнем (знаки  $\pm$  відповідають притяганню й відштовхуванню електронів домішковими атомами),  $\omega_c$  — циклотронна частота,  $\mu$  — спіновий магнітний момент електрона,  $0 < a < 1$ . Квантова стала і площа, зайнята електронами, прийняті рівними одиниці. Коли  $\xi$  перевищує нижню границю енергетичного спектра електронів, контур інтегрування у формулі (1) можна замкнути напівколом у лівій напівплощині змінної  $\lambda$ . Монотонний внесок  $\delta\Omega_0$  в інтеграл (1) зумовлений полюсом третього

порядку в точці  $\lambda = 0$ , а прості полюси в точках  $\lambda_r = \frac{2\pi i r T}{\omega_c}$  ( $r = \pm 1, \pm 2, \dots$ ) дають осцилюючий зі зміною магнітного поля внесок  $\delta\tilde{\Omega}$  в інтеграл. Коли  $T \ll \xi$ , внеском полюсів у точках  $\lambda = -1, -2, \dots$  можна знехтувати. В результаті

$$\delta\Omega_0 = -n_i \frac{(\mu H)^2}{\omega_c} + \frac{1}{12} n_i \omega_c, \quad (2)$$

$$\delta\tilde{\Omega} = 2n_i T \sum_{r=1}^{\infty} \frac{(-1)^r}{r} \cdot \text{sh}^{-1} \frac{2\pi^2 r T}{\omega_c} \cdot \cos \frac{2\pi r \xi'}{\omega_c} \cdot \cos \frac{2\pi r \mu H}{\omega_c} \quad (3)$$

Перший доданок у (2) зумовлений пара-, а другий діамagnetизмом локалізованих на домішках електронів.

Із формул (2) і (3) знаходимо внесок локалізованих електронів у намагніченість двовимірного провідника:

$$\delta M = \delta M_0 + \delta \tilde{M}, \text{ де}$$

$$\delta M_0 = \frac{n_i m c \mu^2}{e} - \frac{n_i e}{12 m c}, \quad (4)$$

Тут  $m$  та  $e$  — ефективна маса і величина заряду електрону,  $c$  — швидкість світла,  $\xi \gg \omega_c$ . Коли  $\mu$  дорівнює магнетону Бора, а  $m$  — маса вільного електрона, парамагнітний внесок у намагніченість (4) втричі перевищує діамагнітний. Відношення внесків (4) і (5) до відповідних внесків, зумовлених рівнями Ландау, пропорційне  $n_1 l^2$ , де

$l = \left( \frac{c}{eH} \right)^{1/2}$  — магнітна довжина. Якщо взяти  $n_1 = 10^{11} \text{ см}^{-2}$ , типове для

інверсійного шару на межі кремнію й двоокису кремнію [1], а також  $H = 1 \text{ Тл}$ , це відношення буде близьким до одиниці. Це означає, що локальні рівні, розташовані між рівнями Ландау, необхідно враховувати при аналізі магнітних властивостей двовимірних провідників. Частота осциляцій (5) відрізняється від частоти осциляцій, зумовлених рівнями Ландау. Відносна різниця цих частот дорівнює  $\Delta/\xi$ . Вона мала порівняно з одиницею. Підсумовуючи осцилюючі внески в намагніченість, зумовлені рівнями Ландау і локальними рівнями, отримуємо биття на графіку залежності намагніченості від оберненого магнітного поля. Вони схожі з биттями у тривимірних системах [5]. Частота биття  $mc\Delta/e$  дозволяє отримати положення локальних рівнів. Глибина биття зростає пропорційно густині домішкових атомів. Це зростання припиняється, коли відщеплення  $\Delta$  стає рівним ширині рівня Ландау і локального рівня.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Андо Т., Фаулер А., Стерн Ф. Электронные свойства двумерных систем. М.: Мир, 1985. — 416 с.
2. Isihara A., Kojima D.Y. Study of two-dimensional electrons in a magnetic field // Phys. Rev. B., 1979. — V.19, — №2. — P.846-855.
3. Shoenbery D. Magnetization of a two-dimensional electron gas. Journ. Low Temp. Phys., 1984. — V.56, — №5/6. — P.417-440.
4. Батака Э.П., Ермолаев А.М. Примесные уровни двумерного электронного газа в магнитном поле // Изв. вузов. Физика. — 1983. №1. — С.111-112.
5. Ермолаев А.М., Каганов М.И. О причине биений при наблюдении эффекта де Гааза — ван Альфена в металлах типа висмута // Письма в ЖЭТФ. — 1967. — Т.6., вып.11. — С.984-986.

**Поведінка скалярного N-точкового потенціалу в 3N-вимірному просторі**

К.А.Ніколаюк,  
В.П.Якубенко

Щоб розв'язати рівняння Шредингера для опису стану електрона в

**ШАБАН С.А.** – лікар, м. Полтава.

**ШЕВЧЕНКО В.В.** – доктор хімічних наук, професор Інституту високомолекулярних сполук, м. Київ.

**ШИЛОВ В.В.** – доктор хімічних наук, професор, завідувач відділу Інституту високомолекулярних сполук, м. Київ.

**ШТОМПЕЛЬ В.Ю.** – кандидат медичних наук, доцент кафедри поліклінічної терапії Української медичної стоматологічної академії, м. Полтава.

**ШУРДУК А.І.** – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фізики Полтавського кооперативного інституту.

**ШУТОВА В.І.** – науковий співробітник Інституту колоїдної хімії, м. Київ.

**ЯВОРСЬКИЙ Е.Б.** – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математики Полтавського державного педагогічного університету ім. В.Г.Короленка.

**ЯКУБЕНКО В.П.** – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фізики Полтавського технічного університету.

## РОЗДІЛ I. .... 3

## ФІЗИКА

Л.В. Поперенко, М.В. Вінніченко, О.І. Мелешук, Д.В. Носач	Еліпсометричні дослідження поверхонь дзеркал із нержавіючої сталі після опромінення іонами $D^+$ та $Ag^+$ .....	3
О.М. Єрмолаєв, А.І. Шурдук	Намагніченість двовимірних провідників із домішковими станами електронів .....	10
К.А. Ніколаюк, В.П. Якубенко	Поведінка скалярного $N$ -точкового потенціалу в $3N$ -вимірному просторі .....	12
М.Г. Кузьменко, Г.М. Кузьменко	Швидкість згасання фосфоресценції люмінесцентних фарб .....	14
М.Г. Махно, Р.М. Махно	Опис термодинамічних властивостей беззолу за допомогою моделей твердих частинок .....	16
К.А. Ніколаюк	Поведінка квантових чисел залежно від виду метрики вибраної системи координат .....	22
О.В. Бабич	Дослідження в'язко-пружних властивостей галоїд-1-нафтоїних кислот .....	25
В.В. Богобоящий, О.І. Єлізаров	Селекція оптичного випромінювання за допомогою варізонних напівпровідникових абсорбційних фільтрів .....	29

## МАТЕМАТИКА

В.І. Лагно, О.А. Тимошенко	Попередня групова класифікація нелінійного гіперболічного рівняння теплопровідності .....	36
А.Ф. Баранник, Ю.Д. Москаленко	Про точні розв'язки рівняння Даламбера в псевдоевклідовому просторі $R_{2,3}$ .....	41
О.П. Губачов	Робота з компакт-дисками у локальній комп'ютерній мережі .....	50
А.О. Абраменко, В.І. Лагно	Інваріантність одного класу нелінійних рівнянь еволюційного типу відносно напівпростих алгебр Лі операторів симетрії .....	53
Г.О. Лагно, А.М. Онищенко	Використання пакета "Математика" для наукових досліджень .....	60
М.В. Лутфуллін	Реалізації розв'язних алгебр Лі та інтегрування систем нелінійних звичайних диференціальних рівнянь .....	65
В.О. Марченко	Про ідалгебри матричної супералгебри $AMat(2, R)$ .....	72
О.М. Пальцун	Теорія інформації сприйняття .....	75
Е.Б. Яворський	Топологічні властивості синтезу дерев .....	78
М.П. Красницький, Е.Б. Яворський	Укладення схем відношень Хемінга .....	82



