

ІНТЕГРАЛЬНА СОЦІАЛЬНО - ЕКОЛОГО – ЕКОНОМІЧНА СТОХАСТИЧНА МОДЕЛЬ ДИНАМІКИ ТЕХНОГЕННОГО РЕГІОНАЛЬНОГО ПІДПРИЄМСТВА В УМОВАХ КРИЗ

С. К. Рамазанов, А.В. Сергиенко
м. Северодонецьк,
Східноукраїнський національний університет ім. В. Даля

Вступ. У сучасній економічній науці і практиці математичні моделі стали необхідним інструментом дослідження виробничих процесів, що дозволяє глибше зрозуміти їх економічну динаміку і обґрунтувати рішення, що приймаються, при плануванні, прогнозуванні і управлінні. Незважаючи на численні розробки оптимальних стратегій в економіці, спостережувана на практиці картина, зокрема, виникнення і розвиток кризових ситуацій, свідчить про необхідність подальшого вивчення економічних явищ. У зв'язку з цим, проблема визначення механізмів і сценаріїв розвитку динаміки в економічних системах опиняється дуже важливою і актуальною.

Розробка і дослідження інтегрованих моделей на базі використання інформаційних і інноваційних технологій з метою прогнозування нелінійної динаміки еколого - економічних і соціально - гуманітарних систем в сучасних умовах є актуальною проблемою. Такий підхід в повному об'ємі підтверджується думкою багатьох видатних учених вираженої із приводу концепції стійкого розвитку, яка з'явилася в результаті об'єднання трьох основних моделей і точок зору (триєдиній моделі): економічною, соціальною і екологічною [1-6].

При моделюванні еколого - економічного розвитку в руслі концепції екологічної модернізації і принципу стійкого розвитку необхідно враховувати наступні взаємозв'язані системи: економіка (виробництво), праця (населення), ресурси (корисні копалини, природні ресурси та ін..), природа (ця система відбиває стан довкілля). Називатимемо останню систему моделлю забруднення, попри те, що вона включає і позитивні дії такі як: очищення, відновлення та ін. В якості регулюючого органу у базовій моделі виступає деякий центр(регіональне управління), який визначає еколого - економічну політику,

тобто приймає рішення про рівень споживання, рівень здоби-чі і рівень забруднення. Таким чином, базова модель включає чотири взаємозв'язані взаємодіючі моделі і деякий критерій вибору оптимальної екологічної політики.

Мета роботи є розробка та дослідження інтегральної соціально - еколого - економічної стохастичної моделі динаміки техногенного регіонального підприємства, придатних для в умов криз.

Виклад основних результатів. Запропонований огляд і аналіз деяких отриманих останніми роками різними авторами результатів по макро і мікромоделюванню динаміки еколого-економічних і соціогуманітарних систем і процесів, які функціонують і розвиваються в складних умовах нелінійнос-тей, нестабільностей і криз.

Більшість створених раніше моделей соціально еколо-го-економічних систем (СЕЕС) моделей мають теоретичний і детермінований характер і досить проблемно з точки зору наявності інформації для їх реалізації. У зв'язку з цим завдання управління техногенним регіональним виробництвом (ТРВ) в умовах кризи обумовлює об'єктивну необхідність вдосконалення методів, моделей і інформаційних технологій на основі стохастичних рівнянь для управління СЕЕС.

Основною вимогою парадигми стійкого розвитку є створення умов існування майбутніх поколінь шляхом обмеженого природокористування, налагодження циклів відтво-рення природних ресурсів і довкілля разом з розвитком соціа-льного капіталу - усе це може бути виконано тільки на основі використання науково-технічних досягнень і при високій ін-новаційній активності. Тому парадигма інноваційного розвит-ку концептуально обґрунтовує шлях досягнення стійкого зро-стання ТРВ за допомогою розвитку людського потенціалу і зменшення навантаження ТРВ на людину і довкілля.

Щоб підвищити ефективність управління ТРВ в умо-вах кризи, необхідно позитивно впливати на усі її структурні складові, від яких залежить успіх діяльності ТРВ на перспек-тиву. Стійкий розвиток ТРВ вимагає такого підбору і поєд-нання її складових, які забезпечували б гармонійне функціо-нування ТРВ як єдиного цілого. Одним з основних чинників підвищення ефективності функціонування ТРВ є інтенсифі-

кація виробництва, на яку у вирішальному ступені впливає наука. Інтелектуальний капітал ТРВ - це внутрішній ресурс, здатний надати їй нові інноваційні переваги. Важливо, щоб в результаті інноваційної діяльності ТРВ, спрямованої на подолання кризових явищ, був підвищений рівень її системності і за рахунок цього був отриманий синергетичний ефект [1].

У роботі [1-3] досліджений процес вдосконалення механізму управління техногенним регіональним виробництвом шляхом розробки методів, моделей і інформаційних технологій соціально-еколого-економічного управління (СЕЕУ) в умовах кризи. Запропоновані математична і концептуальна моделі і проведені сценарні розрахунки по імітаційній моделі управління ТРВ.

Це дослідження є розвитком результатів робіт авторів [1-6] по еколого-економічному моделюванню і управлінню на випадок обліку стохастичних чинників впливу і ми сподіваємося, що представлений матеріал буде корисний як для відомих фахівців - дослідників в цьому напрямі науки, так і для молодих учених.

1. *Концептуальну модель інтегрального еколого-економічного, соціального гуманітарного розвитку і управління* складною системою в умовах невизначеності, нестабільності, складнощі і тому подібне "НІ - чинників" і "БАГАТО - чинників" можна представити у вигляді теоретико-множинного кортежу виду:

$$IS := \langle \langle E_c, E_n, S_o, H_u \rangle; \langle X_1, Y_1, F_1, G_1, K_1, \Omega_1 \rangle, R_1, U_1, E_1, T \rangle \quad (1)$$

де $\langle E_c, E_n, S_o, H_u \rangle$ - інтегральний кортеж основного набору систем, причому E_c - економіка(економічна система); E_n - довкілля(екосфера); S_o - соціальна сфера(соціальна система); H_u - гуманітарні компоненти в моделі. Кортеж $\langle X_1, Y_1, F_1, G_1, K_1, \Omega_1 \rangle$ складається із загальновідомих компонент для кожної вищезгаданих систем: $R_1 = \langle R_c, R_n, I_n, \tau_{II}, R_s \dots \rangle$ - кортеж ресурсів, причому R_c і R_n - економічні і екологічні ресурси; I_n - інвестиції; τ_{II} - інформаційні і інноваційні потен-

ціали; R_s - ресурс для забезпечення безпеки від сукупності загроз, ризиків і криз.

Глобальна схема інтегральної моделі стійкого і соціо-гуманітарного розвитку системи можна представити у вигляді інтегратора: $S = E_n \oplus E_c \oplus S_o \oplus H_u$, тобто як інтегральна «4-х - едіна» система, причому E_c - економічна система, E_n - екологічна система, S_o - соціальна система, H_u - гуманітарна система; $X(t, r)$ - стан інтегральної системи S ; у просторі змінних $(t, r) \in [T \times R^3]$; X_0 - стан системи S в початковий момент часу t_0 ; W - безліч обурюючих чинників зовнішнього середовища [3,4].

2. *Концептуальну модель прогнозування і управління еколого-економічними процесами (ЕЕП) техногенного економічного об'єкту (ТЕО) в умовах наявності «НІ - і БАГАТО - чинників» можна представити у вигляді теоретико-множинної моделі як кортеж:*

$$\langle X, Y, F, H, R, E, \Omega, T, G, K_u, K_p, P, U \rangle, \quad (2)$$

де X - безліч можливих станів техногенного економічного об'єкту; $Y = \langle Y^{\text{екн}}, Y^{\text{екл}} \rangle$ - загальний вихід техногенного економічного об'єкту, причому $Y^{\text{екн}}$ - продуктивна множина (тобто «корисний вихід»), а $Y^{\text{екл}}$ - безліч забруднень (тобто «шкідливий вихід»); $F = \langle F^{\text{екн}}, F^{\text{екл}} \rangle$ - модельне відображення ТЕО; $H = \langle H^{\text{екн}}, H^{\text{екл}} \rangle$ - загальний оператор спостережень (вимірів); R - ресурсна множина (тобто основний контрольований вхід ТЕО); E - безліч невизначених чинників (як зовнішніх, так і внутрішніх, тобто як аддитивних, так і мультиплікативних), зокрема, ця множина стохастичної, нечіткої, множинної або змішаною неопределенностей; Ω - безліч обмежень; T - часовий інтервал функціонування і розвитку ТЕО; G - цільова множина; K_u - узагальнений еколого-економічний критерій управління (ЕЕК); K_p - узагальнений критерій оптимізації прогнозування (КОП); P - оператор еко-

лого-економічного прогнозування (предиктор);
 $U = \langle U^{\text{екн}}, U^{\text{екл}} \rangle$ - вектор еколого-економічного управління (ЕЕУ). Позначення «екн» і «екл» відповідають економічним і екологічним змінним.

Тоді завдання оптимального еколого-економічного прогнозування, тобто визначення предиктора, як для внутрішніх, так і для зовнішніх процесів можна сформулювати таким чином: визначити оцінку $\hat{x}(T + \delta)$, $\delta = \delta_0, \delta_1, \dots$ вектору стану $x(T + \delta)$ при заданому кроці прогнозу δ на основі безлічі еколого-економічних спостережень $\{y(t), t \in [t_0, T]\}$ і по заданому КОП K_p .

Завдання ЭЭУ тепер полягає у визначенні ефективного інтегрального вектору управління $U = \langle U^{\text{екн}}, U^{\text{екл}} \rangle$ на основі оцінок $\hat{x}(T + \delta)$, $\delta = \delta_0, \delta_1, \dots$ і нелінійної динамічної еколого-економічної моделі ТЕО, що забезпечує досягнення мети G при заданому узагальненому еколого-економічному критерії K_u і обмеженнях Ω з урахуванням умов неопределенностей і ризиків.

Мультиплікативно-аддитивна стохастична модель з хаотичною динамікою в загальному вигляді можна представити як векторні рівняння:

$$\dot{x} = A(t)x(t)[X^0 - x(t)] + D(t), \quad A(t) = a(t)\lambda(t)\zeta(t), \quad D(t) = d(t)\xi(t) \quad (3)$$

чи, мультиплікативно-аддитивна стохастична модель з хаотичною динамікою і з управлінням, тобто з урахуванням керівників дії:

$$\dot{x} = A(t)x(t)[X^0 - x(t)] + D(t) + P(t), \quad A(t) = a(t)\lambda(t)\zeta(t), \quad (4)$$

$$D(t) = d(t)\xi(t), \quad P(t) = p(t)\psi(t)u(t).$$

Модель спостережень представляється у вигляді:

$$y(t) = H(t)x(t) + \eta(t). \quad (5)$$

Тут використані наступні позначення: $\xi(t)$, $\zeta(t)$, $\eta(t)$ - мультиплікативно-аддитивні стохастичні компоненти в моделях (3) - (5), $\lambda(t)$ - хаотична складова в моделі системи (3). Інші позначення приведені вище.

3. Інтегральна соціо-еколого-економічна динамічна модель поведінки з духовно-моральними змінними концептуально може бути представлена, в загальному (у блоковому) вигляді:

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = f_1(X_1, X_2, X_3, X_4; P_1, \xi_1), \\ \dot{X}_2 = f_2(X_1, X_2, X_3, X_4; P_2, \xi_2), \\ \dot{X}_3 = f_3(X_1, X_2, X_3, X_4; P_3, \xi_3), \\ \dot{X}_4 = f_4(X_1, X_2, X_3, X_4; P_4, \xi_4), \end{cases} \quad (6)$$

де $X = (X_1, X_2, X_3, X_4)$ - об'єднаний вектор поведінкових змінних і станів соціо- еколого- економічної системи з урахуванням змінної рівня духовності (СЕЕСД) - X_4 , причому в (6) $X_1 = X_1(t)$ - вектор економічних змінних; $X_2 = X_2(t)$ - вектор екологічних змінних (змінних забруднення); $X_3 = X_3(t)$ - вектор соціальних змінних; $P = (P_1, P_2, P_3, P_4)$ - сукупний вектор параметрів СЕЕСД (внутрісистемні і зовнішнього середовища); $\Xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4)$ - вектор зовнішніх випадкових і невизначених змінних. Наприклад, для ТРВ [1,2] $X_1 = (K_1, L_1, I, \tau, C)$, $C = (C_1, C_2, C_3, C_4)$ - вектор деяких параметрів споживання (витрат), а C_1 - величина соціального споживання (тобто на зарплату і т. п.), $C_2 = C_s$ - споживання на екологію, $C_3 = C_s$ - споживання на безпеку, $C_4 = C_i$ - об'єм інвестицій на інноваційні, інформаційні і гуманітарні технології.

4. Синергетична модель динаміки нелінійної стохастичної системи з хаотичною поведінкою:

$$\dot{x}_i = \left[\lambda_i \xi_i(t) x_i(t) \left[\Sigma_X \pm \sum_{j=1}^n a_{ij}(t) \prod_{k=1}^j x_k(t) \right] + \sum_{l=1}^3 d_{il} \frac{\partial^2 x_i}{\partial r_l^2} + w_i \right] + b_i u_i(t), \quad (7)$$

$i = \overline{1, n}$, $\overline{x_i}(0) = x_{i0}$,

де $\langle \xi_i, w_i \rangle$ - стохастичні обурюючі складові моделі; $\{a_{ij}(t)\}$ - нестационарні складові моделі; $\{d_{il}\}$ - коефіцієнти

дифузії, що визначають рівень розподілу змінних стану; Σ_x - сумарне максимальне(гранично допустиме) значення вектору X ; $\{\lambda_i\}$ - сукупність параметрів, які призводять до хаотичності.

Зокрема, цю модель можна представити і як систему рівнянь :

$$\partial X_i / \partial t = A_i [\xi_i (r_i X_i - \sum_{j \neq i} b_{ij} X_i X_j - a_i X_i^2) + D_i(x, y) \Delta X_i] + \zeta_i + u_i ,$$

де X_i - координати вектору стану системи, причому $X_i \equiv X_i(t, x, y)$; $i, j = 1, 2, \dots, n$; r_i - коефіцієнт репродукції (розмноження, зростання, розвитку і тому подібне); a_i - параметр насичення, обмежуюче зростання(репродукцію); b_{ij} - параметр взаємодії між підсистемами (суб'єктами господарської діяльності); $D_i(x, y)$ - коефіцієнт дифузії і - й підсистеми (суб'єкта економіки) в точці (x, y) ; $\xi_i \equiv \xi_i(t, x, y)$ і $\zeta_i \equiv \zeta_i(t, x, y)$ - стохастичні мультиплікативні і аддитивні складові моделі, відповідно; $u_i \equiv u_i(t, x, y)$ - координати вектору управління, тобто управлінських рішень; A_i - масштабуючий коефіцієнт, Δ - лапласиан, тобто $\Delta(*) = \partial^2(*) / \partial x^2 + \partial^2(*) / \partial y^2$, а $t \in [0, T]$ - інтервал часу функціонування і розвитку системи.

Такі моделі описують і охоплюють досить широкий клас складних процесів і систем, до яких відносяться ноосферные моделі стійкого розвитку [6].

5. Принцип системної динаміки стохастичних процесів. Принцип системної динаміки або метод системної динаміки (МСД) - це метод вивчення складних систем з нелінійними зворотними зв'язками. МСД припускає, що для основних фазових змінних (так званих системних рівнів) пишуться диференціальні рівняння за одним і тому ж типом:

$$\dot{X} = \alpha X^+ - \beta X^-, \quad \alpha, \beta > 0, \quad (8)$$

де X^+ - позитивний темп швидкості змінної X , що включає усі чинники, що викликають зростання змін-

ної X ; X^- - негативний темп швидкості, що включає усі чинники, що викликають збування змінної X . Згідно МСД, передбачається, що ці темпи виражаються через множення функцій, залежних тільки від так званих "чинників" - допоміжних змінних, що є комбінаціями основних змінних: $X^\pm = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = f(F_1, F_2, \dots, F_k) = f_1(F_1)f_2(F_2) \dots f_k(F_k)$, де $F_j = g_j(X_{j1}, \dots, X_{jm})$ - чинники, причому $m = m(j) < n$, $k < n$ (n - число рівнів), тобто чинників менше, ніж змінних, що дозволяє спростити завдання і розглядати тільки функції одного змінного [7-9].

Для стохастичних процесів МСД можна представити як стохастичне диференціальне рівняння виду:

$$dX = F(X^+, X^-, W) \equiv \alpha X^+ - \beta X^- + \sigma(X, t) dW_t, \quad (9)$$

де $\alpha, \beta > 0$, W_t - стандартний броунівський рух; σ - коефіцієнт мінливості (волатильності).

Для узагальнення поняття стану динамічної системи на стохастичний випадок, припустимо, що розподіл вірогідності змінною стану x в майбутньому визначається однозначно значенням її стану в сьогоднішній момент. Загадаємо також, щоб система описувалася марківським процесом (моделлю). Для представлення стохастичної моделі динаміки системи в дискретному випадку можна використати різницеве рівняння у виді [8]:

$$x(t+1) = f(x(t), t) + w(x(t), t), \quad t \in T, \quad (10)$$

де f - умовне середнє від $x(t+1)$ при заданому $x(t)$, а w - випадкова величина з нульовим середньому.

Якщо рівняння (10) є стохастичною моделлю станів динамічної системи, то необхідно щоб умовний імовірнісний розподіл $x(t+1)$ при заданому $x(t)$ не залежить від минулих значень x . Модель (10), що має цю властивість, називається стохастичним різницевим рівнянням, а процес $\{x(t), t \in T\}$ є марківським.

Якщо додатково припустити, що умовний розподіл $w(t)$ при заданому $x(t)$ нормально, то випадкову величину

ну $w(t)$ можна представлена у виді $w = w(x(t), t) = \sigma(x, t)e(t)$, а рівняння (10) можна переписати у виді:

$$x(t+1) = f(x(t), t) + \sigma(x(t), t)e(t), \quad t \in T, \quad (11)$$

де $\{e(t), t \in T\}$ послідовність незалежних однаково розподілених випадкових величин з параметрами $(0,1)$.

У безперервному випадку стохастична модель стану динамічної системи можна представити у вигляді стохастичного диференціального рівняння:

$$dx = F(x, t) + \sigma(x, t)dw, \quad (12)$$

Помітимо, що в (12) другий член стохастичний і дорівнює твору функції стану на приріст вінерівського процесу. Відмітимо також, що якщо прийняти поняття білого шуму з безперервним часом, то рівняння (12) можна представити в наступному виді:

$$\frac{dx}{dt} = F(x, t) + \sigma(x, t)e(t), \quad (13)$$

де $\{e(t), t \in T\}$ - білий шум з безперервним часом.

6. *Моделювання екологотипу - економічного оптимального управління техногенного регіонального підприємства (ТПП)* [4]. Варіант еколого-економічної моделі ТПП. Оскільки приріст(зростання) забруднення дорівнює різниці між об'ємом зробленого забруднення і об'ємом знищеного забруднення за рахунок безпосередньої боротьби з ним, так і в результаті природного спаду (асиміляція), динаміку забруднення в загальному вигляді можна описати наступним диференціальним рівнянням:

$$\dot{Z} = Z^+ - Z^-,$$

де для ТПП $Z^+ = \gamma f(k)$, $Z^- = \lambda(1 - \alpha - \beta)f(k) + \delta z$, а для регіональної економіки в цілому, зокрема, для техногенного регіону (у разі взаємної незалежності ТПП) [10-12]:

$$Z^+ = \sum_1^n \gamma_i f_i(k_i), \quad Z^- = \lambda \sum_1^n (1 - \alpha_i - \beta_i) f_i(k_i) + \delta z.$$

Припустимо, що величина норми накопичення є $\rho = \alpha(t)$ - змінна величина. Тоді питоме споживання можна вичислити як

$$c(t) = (1 - \alpha(t))(1 - a)f(k) = (1 - a)f(k) - \alpha(t)(1 - a)f(k) \quad \text{чи} \\ \alpha(1 - a)f(k) = (1 - a)f(k) - c(t).$$

При цьому рівняння динаміки фондів прикмет вид

$$\dot{k} = -(\mu + \nu)k + \alpha(1 - a)f(k) = -(\mu + \nu)k + f(k) - c, \quad \text{чи} \\ \dot{k} = f(k) - (\mu + \nu)k - c(t), \quad k(0) = k_0.$$

Якщо, наприклад, випуск визначається як $Y = F(K, L)$, $Y = I + C$, те модифікована модель динаміки фондів з урахуванням запізнювання інвестиційних потоків (з розподіленим лагом і коли функції ядра $h(t - \tau) = h_0 \exp(-r(t - \tau))$), тобто для стаціонарного випадку) прикмет наступний вид [1,4] (14):

$$\begin{cases} \dot{K} = -\mu K + I_h(t), & K(0) = K_0, \\ \dot{L} = \nu L \quad \text{или} \quad L = L_0 e^{\nu t}, & L(0) = L_0, \\ \dot{I}_h = -rI_h + h_0 I, & I_h(t_0) = h_0 I(t_0). \end{cases}$$

чи

$$\begin{cases} \dot{k} = -(\mu + \nu)k + i_h(t), & k(0) = k_0, \\ (\dot{i}_h) = -(r + \mu + \nu)i_h + h_0 \rho f(k), & i_h(0) = i_{h_0}, \\ c = (1 - \rho)f(k), & (\rho \equiv \alpha). \end{cases} \quad (14)$$

При цьому помітимо, що потік інвестицій також є стохастичним процесом.

Рівняння (14) є основною динамічною моделлю керуваної ТРП і в якості змінної, що управляє, можна узяти пито-
ме споживання $c(t) = C(t)/L(t)$ або норму накопичення ρ , а змінна стану - $k(t)$ - фондовооруженність, тобто $k(t) = K(t)/L(t)$.

Традиційна модель приріст капіталу за відсутності впливу випадкових чинників описується рівнянням [11,12,14]:

$$\frac{dK_t}{K_t} = \left(-\mu + \rho F \left(1, \frac{L_t}{K_t} \right) \right) dt. \quad (15)$$

Динаміка капіталу може істотно залежати від випадкових чинників, які ми врахуємо, додавши в рівняння стохастичний доданок σdW_t [13]:

$$\frac{dK_t}{K_t} = \left(-\mu + \rho F \left(1, \frac{L_t}{K_t} \right) \right) dt + \sigma dW_t. \quad (16)$$

Тут W_t - стандартний броунівський рух; σ - коефіцієнт мінливості(волатильности) приросту капіталу.

Стохастичний доданок σdW_t , в рівнянні (16) характеризує вплив екзогенних випадкових чинників(економічної кон'юнктури, виробничої невизначеності, наукових відкриттів та ін.) на динаміку галузі.

При переході в (16) до відносних показників: фондовооруженности $k_t = \frac{K_t}{L_t}$; середньої продуктивності праці

$x_t = \frac{X_t}{L_t}$; питомим інвестиціям на одного зайнятого

$i_t = \frac{I_t}{L_t}$; середнєдушевому споживанню $c_t = \frac{C_t}{L_t}$ можна записати,

користуючись формулою Іто, стохастичне диференціальне рівняння для фондовооруженности

$$dk_t = \left(-(\mu + \nu)k_t + \rho k_t F \left(1, \frac{1}{k_t} \right) \right) dt + \sigma k_t dW_t,$$

чи $dk_t = (-(\mu + \nu)k_t + \rho F(k_t, 1))dt + \sigma k_t dW_t$ - оскільки виробнича функція $F(K_t, L_t)$ є лінійно-однорідною, а значить,

$$k_t F \left(1, \frac{1}{k_t} \right) = F(k_t, 1).$$

Введемо позначення:

$\lambda = \mu + \nu$, $f(k_t) = F(k_t, 1)$, отримуємо остаточно односекторну стохастичну динамічну модель галузі розробки програмного забезпечення:

$$\left\{ \begin{array}{l} dk_t = (-\lambda k_t + \rho f(k_t))dt + \sigma k_t dW_t, \\ k_0 = \frac{K_0}{L_0}, \\ x_t = f(k_t), i_t = \rho f(k_t), c_t = (1 - \rho)f(k_t). \end{array} \right. \quad (17)$$

Модель праці найчастіше класично представляє як модель експоненціального зростання Мальтуса:

$$\dot{L}(t) = \gamma L(t), L(0) = L_0.$$

Проте ця модель необмеженого зростання трудових ресурсів не знаходить відображення в практичному застосуванні. У цих випадках використовують моделі типу Ферхюльста або Гомперца відповідно:

$$\dot{L}(t) = \gamma L(t) \left[1 - L(t) / L^0 \right], L(0) = L_0 \quad (18)$$

чи
$$\dot{L}(t) = \gamma L(t) \ln \left[L^0 / L(t) \right], L(0) = L_0. \quad (19)$$

Тут L^0 - деяка константа, що визначає максимально можливу чисельність працюючих. При такому підході до моделювання трудових ресурсів не враховується вплив рівня споживання і рівня забруднення. Дотримуючись логіки моделювання, розширену модель трудових ресурсів можна представити одним з наступних видів :

$$\dot{L}(t) = \gamma L(t) - \gamma_Z Z(t) + \gamma_C C(t), L(0) = L_0, \quad (20)$$

$$\dot{L}(t) = \gamma L(t) \left[1 - L(t) / Q(Z, C) \right], L(0) = L_0, \quad (21)$$

$$\dot{L}(t) = \gamma L(t) \ln \left[Q(Z, C) / L(t) \right], L(0) = L_0. \quad (22)$$

У першому рівнянні константи γ_Z, γ_C - характеризують зміну чисельності населення (у тому числі у зв'язку зі зміною рівня смертності, рівня народжуваності і міграції) внаслідок екологічної ситуації і рівня споживання в регіоні. У другому і третьому – функція $Q(Z, C)$ визначає зміну верхньої межі чисельності населення регіону. Особливе завдання полягає у визначенні виду функції $Q(Z, C)$.

Нелінійна модифікована динамічна модель системи при логістичному характері зміни L має вигляд [4]:

$$\begin{cases} \dot{k}(t) = \alpha f(k) - n_0(1 - \eta(t))k(t), & k(t_0) = k_0, \\ c(t) = (1 - \alpha)f(k), \\ \dot{\eta}(t) = n_0\eta(t)(1 - \eta(t)), & \eta(t) \equiv L(t) / L_{\max}, \\ \eta(t_0) = L_0 / L_{\max}. \end{cases} \quad (23)$$

Динаміки праці також може істотно залежати від випадкових чинників, які ми можемо врахувати, додавши в рівняння(18) або (19) стохастичний доданок типу σdW_t , наприклад, у вигляді стохастичного логістичного рівняння Ферхюльста [13]:

$$dL_t = (a + bL_t)(L^0 - L_t)dt + \sigma \cdot (L^0 - L_t)dW_{tL}, \quad (24)$$

як стохастичне диференціальне рівняння, де L^0 - загальне (граничне) число працюючих; $\dot{L} \equiv \frac{dL}{dt}$ - швидкість зміни чис-

ла працівників; $L^0 - L_t$ - об'єм потенційного ринку праці; W_{tL} - стандартний броунівський рух (вінерівський процес [9]), σ - мінливість (волатильність) ринку, т. е. $\sigma \cdot (L^0 - L_t)dW_{tL}$ - випадковий доданок - випадковий процес, пропорційне охопленій частині ринку праці.

Рішенням рівняння (т. е. рішення задачі Коши) є випадковий процес

$$L_t = L^0 - \frac{1}{E_t \cdot \left[\frac{1}{L^0 - L_0} - b \int_0^t \frac{1}{E_\tau} d\tau \right]}, \quad E_t = \exp \left[(a + bL^0)t + \sigma W_{tL} \right],$$

де E_t - «геометричний» броунівський рух: $dE_t = E_t \cdot \left[(a + bL^0 + \sigma^2)dt + \sigma \cdot W_{tL} \right]$ за початкової умови $E_0 = 1$ [13].

Зокрема, логістичне рівняння зростання чисельності працівників в детермінованому випадку має вигляд: $\dot{L}_t = aL_t[1 - bL_t]$.

Сучасна точка зору на екологічну проблему така, що дилема між економічним розвитком і збереженням довкілля може бути дозволена лише за допомогою козволюційного розвитку економічного виробництва, природи і суспільства, створення нового «екологізованного» законодавства. Це знаходить своє відображення в концепції екологічної модернізації - сучасній науковій теорії, основним об'єктом якої є організаційна і менеджерська структура індустріальної економічної системи і їх перетворення в руслі одночасного забезпечення стійкого розвитку і збереження довкілля.

При моделюванні еколого-економічного розвитку в руслі концепції екологічної модернізації і принципу стійкого розвитку необхідно враховувати наступні взаємозв'язані системи : економіка (виробництво), праця (населення), ресурси(корисні копалини, природні ресурси), природа (ця система відбиває стан довкілля). Називатимемо останню систему моделлю забруднення, попри ті, що вона включає і позитивні дії такі як: очищення, відновлення та ін. У якості регулюючого органу у базовій моделі виступає деякий центр(регіональне управління), який визначає еколого-економічну політику, тобто приймає рішення про рівень споживання, рівень здобичі і рівень забруднення.

Таким чином, базова модель включає чотири взаємозв'язані взаємодіючі моделі:*Модель капіталу, Модель ресурсів, Модель забруднення, Модель праці* і деякий критерій вибору оптимальної екологічної політики.

Інтегральна модель можна представити як кортеж у виді: **ІМ** =< *Модель капіталу, Модель ресурсів, Модель забруднення, Модель праці та ін.*>.

Відмітимо, що необхідно і важливо в систему моделей також включити моделі інших важливих чинників і активів.

Для формалізації базової моделі введемо деякі позначення: *S* - споживання, *Z* - забруднення, *Y* - обсяг «корисного» випуску, *R* - залишок ресурсу, *K* - капітал, *L* - праця (робоча сила), *I* - інвестиції, *D* - витрати на зниження забруднення.

Формалізація базової моделі може бути представлена в наступному загальному виді.

Критерій вибору еколого-економічної політики тобто
- ЕЕУ:

$$M[\Phi(C, Y, D)] \rightarrow \max, \quad (25)$$

де $\Phi(C, Y, D)$ - функція добробуту регіону, а M - символ математического ожидания.

Модель капіталу: $\dot{K}(t) = W(K, R, D, L, C, I, \xi_k), K(0) = K_0. \quad (26)$

Модель забруднення: $\dot{Z}(t) = J(K, L, Y, Z, D, \xi_z), Z(0) = Z_0. \quad (27)$

Модель ресурсів: $\dot{R}(t) = G(R, K, L, Y, \xi_R), R(0) = R_0. \quad (28)$

Модель праці: $\dot{L}(t) = S(L, C, Z, \xi_L), L(0) = L_0. \quad (29)$

Тут J, G, Φ, S - деякі задані функції, а $(\xi_k, \xi_z, \xi_R, \xi_L)$ – стохастичні зміни, які описують нестабільну зовнішню середовище.

Модель ресурсів складається з двох підсистем. Це обумовлено наявністю двох типів ресурсів: поновлюваних і непоновлюваних [15].

Для моделювання поновлюваних ресурсів використовують моделі, аналогічні моделям праці:

Модель Мальтуса:

$$\dot{R}(t) = \gamma_R R(t), R(0) = R_0.$$

Модель Ферхюльста:

$$\dot{R}(t) = \gamma_R R(t) \left(1 - \frac{R(t)}{Q_R} \right), R(0) = R_0.$$

Модель Гомперца:

$$\dot{R}(t) = \gamma_R R(t) \ln \left(\frac{Q_R}{R(t)} \right), R(0) = R_0.$$

Модель Монода:

$$\dot{R}(t) = \gamma_R R(t) \frac{\tilde{S}(t)}{Q_R + \tilde{S}(t)}, R(0) = R_0.$$

Тут $\tilde{S}(t)$ - динаміка деякого допоміжного атрибуту, що обмежує приріст ресурсу (наприклад, харчування для біологічних ресурсів, світло для рослинних і тому подібне).

Модель Лотки-Вольтерра, що враховує динаміку двох взаємновпливаючих ресурсів. Наприклад, модель хижак-жертва у виді:

$$\begin{cases} \dot{R}_1(t) = \gamma_1 R_1(t) - \alpha R_1(t) R_2(t), \\ \dot{R}_2(t) = -\gamma_2 R_2(t) + \beta R_1(t) R_2(t), \\ R_1(0) = R_{10}, R_2(0) = R_{20}. \end{cases}$$

Облік дії інших підсистем соціально-еколого-економічної моделі приведе до розширення типової моделі поновлюваних ресурсів. Таке розширення можна провести шляхом додавання в деру модель додаткових змінних:

$$\dot{R}(t) = \gamma_R R(t) + \gamma_K K(t) - Y(t) - \gamma_L L(t), \quad R(0) = R_0.$$

Модель *непоновлюваних* ресурсів на відміну від попередньої моделі не міститиме доданку, що враховує відновлення ($\gamma_R R(t)$), але враховуватиме розвідку нових родовищ ($\Phi(K(t), L(t))$):

$$\dot{R}(t) = \Phi(K(t), L(t)) + \gamma_K K(t) - \gamma_L L(t) - Y(t), \quad R(0) = R_0.$$

Тут $\Phi(K(t), L(t))$ - деяка функція, що визначає загальну технологію і дослідження залежно від витраченого капіталу $K(t)$ і притягнутої праці $L(t)$.

Модель забруднення. До моделювання забруднення існує декілька підходів. Один з них представлений в монографії акад. Моїсеєва Н. Н. «Оптимізація, дослідження операцій і теорія управління», у якій автор пропонував розглядати взаємодію держави, економіки і природи у рамках ієрархічної синергетичної/кібернетичної системи.

Система має синергетичний опис, якщо ефективно побудований оператор D , такий, що стан системи в кожен момент часу $t \in (t_0, T(t_0))$ може бути побудований по значеннях вектору $x(\tau)$, $\tau \in (t_1, t_0)$, за умови, що усі зовнішні дії, що управляють, фіксовані:

$$x(t) = D(x(\tau), \varepsilon, \eta, u), \quad t \in (t_0, T(t_0)), \quad \tau \in (t_1, t_0), \quad (30)$$

де $\varepsilon(t, r)$ випадкова дія з відомими імовірнісними характеристиками, $\eta(t, r) \in G_\eta$ дія, задана мірою невизначенос-

ті G_η , $u \in R^k$ - дії, що управляють, g - просторова змінна (вектор).

У результаті комплексної формалізації отримаємо один з варіантів соціально - еколого- економічною моделі динаміки у вигляді наступної системи рівнянь:

$$\dot{K}(t) = -\alpha K(t) + e^{\alpha t} F(K(t), L(t), R(t)) - C(t) - D(t), \quad K(0) = K_0, \quad (31)$$

$$Y = F(K, L, R) = \left[\beta_1 K^{\frac{\delta-1}{\delta}} + \beta_2 L^{\frac{\delta-1}{\delta}} + \beta_3 R^{\frac{\delta-1}{\delta}} \right]^{\frac{\delta}{\delta-1}}. \quad (32)$$

$$\dot{L}(t) = \gamma_L L(t) - \gamma_Z Z(t) + \gamma_C C(t), \quad L(0) = L_0, \quad (33)$$

$$\dot{R}(t) = \gamma_R R(t) + \gamma_K K(t) - Y(t) - \gamma_L L(t), \quad R(0) = R_0 \quad (34)$$

чи

$$\dot{R}(t) = d(K(t), L(t)) + \gamma_K K(t) - \gamma_L L(t) - Y(t), \quad R(0) = R_0. \quad (35)$$

$$\dot{Z} = f^*(c, K, L, R)(1 - \eta c) - g(Z), \quad Z(0) = Z_0. \quad (36)$$

де Y - обсяг «корисного» випуску, K - капітал, L - число працюючих, C - об'єм споживання, Z - об'єм забруднень («шкідливий» вихід), I - інвестиції, R - інші ресурси, D - витрати на заходи по зниженню забруднень. Тоді трійка (C, Y, D) визначає еколого - економічну політику розвитку, тобто $U \equiv (C, Y, D)$ - вектор управління.

Модель еколого-економічного управління. Для управління ТРВ в качестве еколого-економічної моделі динаміки можна рассмотреть уравнения (31) и (36) с вектором состояния $x = (k, z)$ и управляющим вектором параметров (переменных) $u = (\alpha, \beta)$ [3-5].

Тепер завдання оптимального еколого-економічного управління (ЕЕУ) ТРВ може представлена в наступній постановці.

Нехай інтегральна модель динаміки СЕЕС є (31) -(34).

В якості функції корисності можна розглядати функцію

$$U(q) \equiv U(k, z, \alpha, \beta) \equiv U(x, u), \quad (37)$$

а функціонал ефективності -

$$J(q) = \int_{t_0}^T \exp(-\delta t) U(q(t)) dt \quad (38)$$

і критерій оптимізації управління -

$$J(q) \rightarrow \max_{q \in Q} \quad (39)$$

при обмеженнях:

$$Q = \{(\alpha, \beta, k, z) \mid 0 \leq \alpha, \beta \leq 1; \alpha + \beta \leq 1, k(t_0) = k_0, z(t_0) = z_0\}$$

чи

$$Q = \{(\alpha, \beta, k, z) \mid k(t_0) \in K_0, k(T) \in K_T, z(t_0) \in Z_0, z(T) \in Z_T\}. \quad (40)$$

7. *Завдання еколого-економічного управління* в даному випадку полягає у визначенні оптимальних долей α і β випуску, призначених на споживання і боротьбу із забрудненням відповідно, тобто $c = \alpha Y$, $z = \beta Y$, $0 \leq \alpha, \beta \leq 1$ на основі, наприклад, наступній приватній моделі:

$$\begin{cases} Y(t) = F(K, L), \\ \dot{K} = (1 - \alpha - \beta)F(K, L) - \mu K, \\ \dot{Z} = (\varepsilon - \delta\beta)F(K, L) - \gamma Z, \\ \dot{L}(t) = \gamma L(t) [1 - L(t)/L^0], L(0) = L_0. \end{cases} \quad (41)$$

$$0 \leq \alpha(t), \beta(t) \leq 1, \alpha(t) + \beta(t) \leq 1. \quad (42)$$

У разі інтегральної моделі управління функція корисності (ФК) - це є функція параметрів /змінних $\tilde{u}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$, де $\{\alpha_k(t), k = 1, \dots, 4\}$ - долі витрат на невірбнічні, екологічні витрати, на безпеку, інноваційні і інформаційні технології, а критерій оптимальності тепер є співвідношення:

$$J(\{c, k, z, L, \tau, S\}) = \int_{t_0}^T \tilde{u}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) \exp(-\theta t) dt \rightarrow \max_{\{\alpha_i\} \in \Omega} \quad (43)$$

Для вирішення завдань ЕЗУ на основі приведених стохастичних і детермінованих моделей можна скористатися відомими класичними методами оптимального управління з обмеженнями [3,4,11,14].

Висновки. Розроблена та досліджена інтегральні соціально - еколого - економічні стохастичні моделі динаміки

техногенних регіональних підприємств, придатних для в умов криз. Відмітимо, що при моделюванні динаміки праці, ресурсів та інших факторів використано узагальнене логістичне рівняння Ферхюльста. Запропонований огляд і аналіз деяких отриманих останніми роками різними авторами результатів по макро і мікромоделюванню динаміки еколого-економічних і соціогуманітарних систем і процесів, які функціонують і розвиваються в складних умовах нелінійностей, нестабільностей і криз. Більшість створених раніше моделей соціально еколого-економічних систем (СЕЕС) моделей мають теоретичний і детермінований характер і досить проблемно з точки зору наявності інформації для їх реалізації. У зв'язку з цим завдання управління техногенним регіональним виробництвом (ТРВ) в умовах кризи обумовлює об'єктивну необхідність вдосконалення методів, моделей і інформаційних технологій на основі стохастичних рівнянь для управління СЕЕС.

Список використаної літератури

1. Рамазанов С.К., Сергиенко А.В. Социо-эколого-экономическое моделирование и управление техногенным региональным производством в условиях кризиса. - С. 199-218; Моделирование и информационные технологии в исследовании социально-экономических систем: теория и практика: Монография/ Коллектив авторов. // Под ред.. д.э.н., проф.. В.С. Пономаренко, д.э.н., проф. Т.С. Клебановой. – Бердянск, 2014. - 604 с.
2. Рамазанов С. К. Моделювання соціальне – еколого - економічної динаміки в нестабільному середовищі /С. К. Рамазанов // Інформатика та системні науки (ІСН-2015): матеріали VI Всеукраїнської науково-практичної конференції за міжнародною участю, (м. Полтава, 19–21 берез. 2015 р.). – Полтава: ПУЕТ, 2015.
3. Рамазанов С.К., Рогоза Н.Є., Мусаєва Е.К. Нелінійний моделі та аналіз складних систем: навчальний посібник / Під ред. проф. С.К. Рамазанова. – Луганськ – Полтава: ПУЕТ, 2009. – 636 с.

4. Рамазанов С.К. Инструменты эколого-экономического управления предприятием: [монография] / С. К. Рамазанов. – Донецк: ООО «Юго-Восток, Лтд», 2008. –351 с.
5. Рамазанов С. К. Інноваційні технології антикризового управління економічними системами. Монографія/ С.К. Рамазанов, Г.О. Надьон, Н.І. Кришталь, О.П. Степаненко, Л.А. Тимашова; Під ред. проф. С.К. Рамазанова. – Луганськ – Київ: вид-во СНУ ім. В. Даля, 2009. – 584 с.
6. Рамазанов С. К., Бурбело О. А., Вітлінський В. В. и др. Ризики, безпека, кризи і сталий розвиток в економіці: методології, моделі, методи управління та прийняття рішень. Монографія / Під заг. ред. проф. С.К. Рамазанова. – Луганськ: Вид-во «Ноулідж», 2012. – 948 с.
7. Мирояная динамика: Пер. с англ. / Д. Форрестер. - М: ООО «Издательство АСТ; СПб.: Terra Fantastica, 2003. - 379 с.
8. Остром К. Введение в стохастическую теорию управления. – М.: Мир, 1970. – 326 с.
9. Ширяев А. Н. Вероятность: Т. 1. — М.: Физматлит, 2004. – 234 с.
10. Григоркив В.С. Моделирование многосекторной эколого-экономической системы// Кибернетика и системный анализ. – 1999. - №3. – С. 147-157.
11. Колемаев В.А. Экономико-математическое моделирование. Моделирование макроэкономических процессов и систем: учебник. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. - 295 с.
12. Липенков А.Д. Моделирование эколого-экономических систем: Учеб. пособ., 2005.–130 с.
13. Соловьев В.И. Экономико-математическое моделирование рынка программного обеспечения: монография / В. И. Соловьев; ГУУ. — М.: Вега-Инфо, 2009. — 176 с.
14. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математические методы и модели для магистрантов экономики: учеб. пособие / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. – СПб.: Питер, 2006. – 346 с.
15. Поносков Д.А. Динамическая коррекция задач управления для экономико-математических моделей.//Автореферат на соиск. к.е.н. – Пермь, 2012. – 24 с.