ІНТЕГРАЛЬНА СОЦІАЛЬНО-ЕКОЛОГО-ЕКОНОМІЧНА СТОХАСТИЧНА МОДЕЛЬ ДИНАМІКИ ТЕХНОГЕННОГО РЕГІОНАЛЬНОГО ПІДПРИЄМСТВА В УМОВАХ КРИЗИ

С. К. Рамазанов, А. В. Сергієнко

м. Сєверодонецьк,
Східноукраїнський національний університет ім. В. Даля

Вступ. У сучасній економічній науці і практиці математичні моделі стали необхідним інструментом дослідження виробничих процесів, бо моделі дозволяють глибше зрозуміти їхню економічну динаміку і обґрунтувати рішення, які приймаються при плануванні, прогнозуванні і управлінні. Незважаючи на численні розробки оптимальних стратегій в економіці, спостережувана на практиці картина, зокрема, виникнення і розвиток кризових ситуацій, свідчить про необхідність подальшого вивчення економічних явищ. У зв'язку з цим проблема визначення механізмів і сценаріїв розвитку динаміки в економічних системах стає дуже важливою і актуальною.

Розробка і дослідження інтегрованих моделей на базі використання інформаційних і інноваційних технологій з метою прогнозування нелінійної динаміки еколого-економічних і соціально-гуманітарних систем в сучасних умовах є актуальною проблемою. Такий підхід у повному обсязі підтверджується думкою багатьох видатних учених, відображеною у концепції сталого розвитку, яка з'явилася в результаті об'єднання трьох основних моделей і точок зору (триєдина модель): економічної, соціальної і екологічної [1-6].

При моделюванні еколого-економічного розвитку в руслі концепції екологічної модернізації і принципу сталого розвитку необхідно враховувати наступні взаємопов'язані системи: економіку (виробництво), працю (населення), ресурси (корисні копалини, природні ресурси та ін.), природу (ця система відображає стан довкілля). Називатимемо останню систему моделлю забруднення попри те, що вона включає і позитивні дії, такі як очищення, відновлення та ін. У якості регулюючого органу у базовій моделі виступає деякий центр (регіональне управління), який визначає еколого-економічну політику, тобто приймає рішення про рівень споживання, рівень видобутку і рівень забруднення. Таким чином, базова модель включає чотири взаємопов'язані взаємодіючі моделі і деякий критерій вибору оптимальної екологічної політики.

Метою роботі є розробка та дослідження інтегральної соціально-еколого-економічної стохастичної моделі динаміки техногенного регіонального підприємства, придатної для умов криз.

Викладення основних результатів. Запропонований огляд і аналіз деяких отриманих останніми роками різними авторами результатів з макро- і мікромоделювання динаміки еколого-економічних і соціо-гуманітарних систем і процесів, які функціонують і розвиваються в складних умовах нелінійностей, нестабільностей і криз.

Більшість створених раніше моделей соціально-еколого-економічних систем (СЕЕС) мають теоретичний і детермінований характер і досить проблемні з точки зору наявності інформації для їх реалізації. У зв'язку з цим завдання управління техногенним регіональним виробництвом (ТРВ) в умовах кризи обумовлює об'єктивну необхідність вдосконалення методів, моделей і інформаційних технологій на основі стохастичних рівнянь для управління СЕЕС.

Основною вимогою парадигми сталого розвитку є створення умов існування майбутніх поколінь шляхом обмеженого природокористування, налагодження циклів відтворення природних ресурсів і довкілля разом з розвитком соціального капіталу – усе це може бути виконано тільки на основі використання науково-технічних досягнень і при високій інноваційній активності. Тому парадигма інноваційного розвитку концептуально обґрунтовує шлях досягнення стійкого зростання ТРВ за допомогою розвитку людського потенціалу і зменшення навантаження ТРВ на людину і довкілля.

Щоб підвищити ефективність управління ТРВ в умовах кризи, необхідно позитивно впливати на всі її структурні складові, від яких залежить успіх діяльності ТРВ на перспективу. Сталий розвиток ТРВ вимагає такого підбору і поєднання її складових, які забезпечували б гармонійне функціонування ТРВ як єдиного цілого. Одним з основних чинників підвищення ефективності функціонування ТРВ є інтенсифікація виробництва, на яку у вирішальній мірі впливає наука. Інтелектуальний капітал ТРВ – це внутрішній ресурс, здатний надати їй нові інноваційні переваги. Важливо, щоб у результаті інноваційної діяльності ТРВ, спрямованої на подолання кризових явищ, був підвищений рівень її системності і за рахунок цього був отриманий синергетичний ефект [1].

У роботах [1-3] досліджений процес вдосконалення механізму управління техногенним регіональним виробництвом шляхом розробки методів, моделей і інформаційних технологій соціально-еколого-економічного управління (СЕЕУ) в умовах кризи. Запропоновані математична і концептуальна моделі і проведені сценарні розрахунки за імітаційною моделлю управління ТРВ.

Це дослідження є розвитком результатів робіт авторів [1-6] з еколого-економічного моделювання і управління на випадок обліку стохастичних чинників впливу, і ми сподіваємося, що наданий матеріал буде корисний як для відомих фахівців-дослідників у цьому напрямку науки, так і для молодих учених.

1. Концептуальну модель інтегрального еколого-економічного, соціального та гуманітарного розвитку і управління складною системою в умовах невизначеності, нестабільності, труднощів і тому подібних "НІ-чинників" і "БАГАТО-чинників" можна представити у вигляді теоретико-множинного кортежу виду:

$$IS := \langle\langle E_c, E_n, S_o, H_u\rangle; \langle X_1, Y_1, F_1, G_1, K_1, \Omega_1\rangle, R_1, U_1, E_1, T\rangle, \quad (1)$$

де $\langle E_c, E_n, S_o, H_u\rangle$ – інтегральний кортеж основного набору систем, причому E_c – економіка (економічна система); E_n – довкілля (екосфера); S_o – соціальна сфера (соціальна система); H_u – гуманітарні компоненти в моделі. Кортеж $\langle X_1, Y_1, F_1, G_1, K_1, \Omega_1\rangle$ складається із загальновідомих компонент для кожної з вищезгаданих систем: $R_1 = \langle R_c, R_n, I_n, \tau_{II}, R_s \dots\rangle$ – кортеж ресурсів, причому R_c і R_n – економічні і екологічні ресурси; I_n – інвестиції; τ_{II} – інформаційний і інноваційний потенціал; R_s – ресурс для забезпечення безпеки від сукупності загроз, ризиків і криз.

Глобальна схема інтегральної моделі сталого і соціально-гуманітарного розвитку системи можна представити у вигляді інтегратора: $S = E_n \oplus E_c \oplus S_o \oplus H_u$, тобто як інтегральну «4-

єдину» систему, причому E_c – економічна система, E_n – екологічна система, S_o – соціальна система, H_u – гуманітарна система; $X(t, r)$ – стан інтегральної системи S у просторі змінних $(t, r) \in \lfloor T \times R^3 \rfloor$; X_0 – стан системи S в початковий момент часу t_0; W – безліч збурюючих чинників зовнішнього середовища [3, 4].

2. Концептуальну модель прогнозування і управління еколого-економічними процесами (ЕЕП) техногенного економічного об'єкту (ТЕО) в умовах наявності «НІ-чинників» і «БАГАТО-чинників» можна представити як теоретико-множинну модель у вигляді кортежу:

$$\langle X, Y, F, H, R, E, \Omega, T, G, K_u, K_p, P, U \rangle, \qquad (2)$$

де X – безліч можливих станів техногенного економічного об'єкту; $Y = \langle Y^{\text{екн}}, Y^{\text{екл}} \rangle$ – загальний вихід техногенного економічного об'єкту, причому $Y^{\text{екн}}$ – продуктивна множина (тобто «корисний вихід»), а $Y^{\text{екл}}$ – безліч забруднень (тобто «шкідливий вихід»); $F = \langle F^{\text{екн}}, F^{\text{екл}} \rangle$ – модельне відображення ТЕО; $H = \langle H^{\text{екн}}, H^{\text{екл}} \rangle$ – загальний оператор спостережень (вимірів); R – ресурсна множина (тобто основний контрольований вхід ТЕО); E – безліч невизначених чинників (як зовнішніх, так і внутрішніх, тобто як адитивних, так і мультиплікативних), зокрема, це множина стохастичних, нечітких, множинних або змішаних невизначеностей; Ω – безліч обмежень; T – часовий інтервал функціонування і розвитку ТЕО; G – цільова множина; K_u – узагальнений еколого-економічний критерій управління (ЕЕК); K_p – узагальнений критерій оптимізації прогнозування (КОП); P – оператор еколого-економічного прогнозування (предиктор); $U = \langle U^{\text{екн}}, U^{\text{екл}} \rangle$ – вектор еколого-економічного управління (ЕЕУ). Позначення «екн» і «екл» відповідають економічним і екологічним змінним.

Тоді завдання оптимального еколого-економічного прогнозування, тобто визначення предиктора, як для внутрішніх, так і для зовнішніх процесів можна сформулювати таким чином: визначити оцінку $\hat{x}(T + \delta), \delta = \delta_0, \delta_1 \ldots$ вектору стану $x(T + \delta)$ при заданому кроці прогнозу δ на основі безлічі еколого-економічних спостережень $\{y(t), t \in [t_0, T]\}$ і по заданому КОП K_p.

Завдання ЕЕУ тепер полягає у визначенні ефективного інтегрального вектору управління $U = \langle U^{\text{екн}}, U^{\text{екл}} \rangle$ на основі оцінок $\hat{x}(T+\delta), \delta = \delta_0, \delta_1 \ldots$ і нелінійної динамічної еколого-економічної моделі ТЕО, що забезпечує досягнення мети G при заданому узагальненому еколого-економічному критерії K_u і обмеженнях Ω з урахуванням умов невизначеностей і ризиків.

Мультиплікативно-адитивну стохастичну модель з хаотичною динамікою у загальному вигляді можна представити як векторні рівняння:

$$\begin{gathered} \dot{x} = A(t)x(t)[X^0 - x(t)] + D(t), \\ A(t) = \alpha(t)\lambda(t)\varsigma(t), \\ D(t) = d(t)\xi(t), \end{gathered} \tag{3}$$

чи як мультиплікативно-адитивну стохастичну модель з хаотичною динамікою і з управлінням, тобто з урахуванням керівників дії:

$$\begin{gathered} \dot{x} = A(t)x(t)[X^0 - x(t)] + D(t) + P(t), \\ A(t) = \alpha(t)\lambda(t)\varsigma(t), \\ D(t) = d(t)\xi(t), \\ P(t) = p(t)\psi(t)u(t). \end{gathered} \tag{4}$$

Модель спостережень представляється у вигляді:

$$y(t) = H(t)x(t) + \eta(t). \tag{5}$$

Тут використані наступні позначення: $\xi(t), \varsigma(t), \eta(t)$ – мультиплікативно-адитивні стохастичні компоненти в моделях (3)-(5), $\lambda(t)$ – хаотична складова в моделі системи (3). Інші позначення наведені вище.

3. Інтегральна соціально-еколого-економічна динамічна модель поведінки з духовно-моральними змінними концептуально може бути представлена у загальному (у блоковому) вигляді:

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = f_1(X_1, X_2, X_3, X_4, P_1, \xi_1), \\ \dot{X}_2 = f_2(X_1, X_2, X_3, X_4, P_2, \xi_2), \\ \dot{X}_3 = f_3(X_1, X_2, X_3, X_4, P_3, \xi_3), \\ \dot{X}_4 = f_4(X_1, X_2, X_3, X_4, P_4, \xi_4), \end{cases} \tag{6}$$

де $X = (X_1, X_2, X_3, X_4)$ – об'єднаний вектор поведінкових змінних і станів соціально-еколого-економічної системи з урахуванням змінної рівня духовності (СЕЕСД) – X_4, причому в (6) $X_1 = X_1(t)$ – вектор економічних змінних; $X_2 = X_2(t)$ – вектор екологічних змінних (змінних забруднення); $X_3 = X_3(t)$ – вектор соціальних змінних; $P = (P_1, P_2, P_3, P_4)$ – сукупний вектор параметрів СЕЕСД (внутрісистемного і зовнішнього середовища); $\Xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4)$ – вектор зовнішніх випадкових і невизначених змінних. Наприклад, для ТРВ [1, 2] $X_1 = (K_1, L_1, I, \tau, C)$, $C = (C_1, C_2, C_3, C_4)$ – вектор деяких параметрів споживання (витрат), а C_1 – величина соціального споживання (тобто на зарплату і т.п.), $C_2 = C_e$ – споживання на екологію, $C_3 = C_s$ – споживання на безпеку, $C_4 = C_i$ – об'єм інвестицій на інноваційні, інформаційні і гуманітарні технології.

4. Синергетична модель динаміки нелінійної стохастичної системи з хаотичною поведінкою:

$$\dot{x}_i = \left[\lambda_i \xi_i(t) x_i(t)\left[\textstyle\sum_X \pm \displaystyle\sum_{j=1}^{n} a_{ij}(t)\prod_{k=1}^{j} x_k(t)\right] + \sum_{l=1}^{3} d_{il}\frac{\partial^2 x_i}{\partial r_l^2} + w_i\right] + b_i u_i(t), \quad (7)$$

$$i = \overline{1,n}, \overline{x_i}(0) = x_{i0},$$

де $\langle \xi_i, w_i \rangle$ – стохастичні збурюючі складові моделі; $\{a_{ij}(t)\}$ – нестаціонарні складові моделі; $\{d_{il}\}$ – коефіцієнти дифузії, що визначають рівень розподілу змінних стану; $\sum_X$ – сумарне максимальне (гранично допустиме) значення вектору X; $\{\lambda_i\}$ – сукупність параметрів, які призводять до хаотичності.

Зокрема, цю модель можна представити і як систему рівнянь:

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = A_i\left[\xi_i\left(r_i X_i - \sum_{j \neq i} b_{ij} X_i X_j - a_i X_i^2\right) + D_i(x,y)\Delta X_i\right] + \varsigma_i + u_i,$$

де X_i – координати вектору стану системи, причому $X_i \equiv$ $\equiv X_i(t,x,y); i,j = 1,2,\dots,n$; r_i – коефіцієнт репродукції (розмноження, зростання, розвитку і т.п.); a_i – параметр насичення, обмежуючий зростання (репродукцію); b_{ij} – параметр взаємодії між підсистемами (суб'єктами господарської діяльності); $D_i(x,y)$ – коефіцієнт дифузії i-ї підсистеми (суб'єкта економіки) у точці (x,y); $\xi_i \equiv \xi_i(t,x,y)$ і $\varsigma_i \equiv \varsigma_i(t,x,y)$ – стохастичні мультиплікативні і адитивні складові моделі відповідно;

$u_i \equiv u_i(t, x, y)$ – координати вектору управління, тобто управлінських рішень; A_i – масштабуючий коефіцієнт, Δ – лапласіан, тобто $\Delta(*) = \frac{\partial^2(*)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(*)}{\partial y^2}$, а $t \in [0, T]$ – інтервал часу функціонування і розвитку системи.

Такі моделі описують і охоплюють досить широкий клас складних процесів і систем, до яких належать ноосферні моделі стійкого розвитку [6].

5. Принцип системної динаміки стохастичних процесів. Принцип системної динаміки, або метод системної динаміки (МСД), – це метод вивчення складних систем з нелінійними зворотними зв'язками. МСД припускає, що для основних фазових змінних (так званих системних рівнів) пишуться диференціальні рівняння за одним і тим же типом:

$$\dot{X} = \alpha X^{+} - \beta X^{-}, \alpha, \beta > 0, \tag{8}$$

де X^{+} – додатній темп швидкості змінної X, що включає всі чинники, що викликають зростання змінної X; X^{-} – від'ємний темп швидкості, що включає всі чинники, що викликають зменшення змінної X. Згідно МСД передбачається, що ці темпи виражаються через множення функцій, залежних тільки від так званих "чинників" – допоміжних змінних, що є комбінаціями основних змінних: $X^{\pm} = g(X_1, X_2, \dots, X) = f(F_1, F_2, \dots, F_k) =$ $= f_1(F_1) f_2(F_2) \dots f_k(F_k)$, де $F_j = g_i(X_{j1}, \dots, X_{jm})$ – чинники, причому $m = m(j) < n$, $k < n$ (n – число рівнів), тобто чинників менше, ніж змінних, що дозволяє спростити завдання і розглядати тільки функції однієї змінної [7-9].

Для стохастичних процесів МСД можна представити як стохастичне диференціальне рівняння виду:

$$dX = F(X^{+}, X^{-}, W) = \alpha X^{+} - \beta X^{-} + \sigma(X, t) dW_t, \tag{9}$$

де $\alpha, \beta > 0$, W_t – стандартний броунівський рух; σ – коефіцієнт мінливості (волатильности).

Для узагальнення поняття стану динамічної системи на стохастичний випадок припустимо, що розподіл імовірностей змінної стану x в майбутньому визначається однозначно значенням її стану на сьогодні. Вимагатимемо також, щоб система описувалася марківським процесом (моделлю). Для представлення стохастичної моделі динаміки системи в дискретному випадку можна використати різницеве рівняння у виді [8]:

$$x(t+1) = f(x(t), t) + w(x(t), t), t \in T, \tag{10}$$

де f – умовне середнє від $x(t+1)$ при заданому $x(t)$, а w – випадкова величина з нульовим середнім.

Якщо рівняння (10) є стохастичною моделлю стану динамічної системи, то необхідно, щоб умовний імовірнісний розподіл $x(t+1)$ при заданому $x(t)$ не залежав від минулих значень x. Модель (10), що має цю властивість, називається стохастичним різницевим рівнянням, а процес $\{x(t), t \in T\}$ є марківським.

Якщо додатково припустити, що умовний розподіл $w(t)$ при заданому $x(t)$ є нормальним, то випадкову величину $w(t)$ можна представити у виді $w = w(x(t), t) = \sigma(x, t)e(t)$, а рівняння (10) можна переписати у виді:

$$x(t+1) = f(x(t), t) + \sigma(x(t), t)e(t), t \in T, \tag{11}$$

де $\{e(t), t \in T\}$ – послідовність незалежних однаково розподілених випадкових величин з параметрами (0,1).

У безперервному випадку стохастична модель стану динамічної системи можна представити у вигляді стохастичного диференціального рівняння:

$$dx = F(x, t) + \sigma(x, t)dw. \tag{12}$$

Зауважимо, що в (12) другий член є стохастичним і дорівнює добутку функції стану на приріст вінерівського процесу. Відмітимо також, що якщо прийняти поняття білого шуму з безперервним часом, то рівняння (12) можна представити в наступному виді:

$$\frac{dx}{dt} = F(x, t) + \sigma(x, t)e(t), \tag{13}$$

де $\{e(t), t \in T\}$ – білий шум з безперервним часом.

6. Моделювання екологотипу – економічного оптимального управління техногенним регіональним підприємством (ТРП) [4]. Варіант еколого-економічної моделі ТРП. Оскільки приріст (зростання) забруднення дорівнює різниці між об'ємом створеного забруднення і об'ємом знищеного забруднення як за рахунок безпосередньої боротьби з ним, так і в результаті природного спаду (асиміляції), динаміку забруднення в загальному вигляді можна описати наступним диференціальним рівнянням:

$$\dot{Z} = Z^{+} - Z^{-},$$

де для ТРП $Z^{+}=\gamma f(k), Z^{-}=\lambda(1-\alpha-\beta)f(k)+\delta z$, а для регіональної економіки в цілому, зокрема для техногенного регіону (у разі взаємної незалежності ТРП) [10-12]:

$$Z^{+}=\sum_{1}^{n}\gamma_i f_i(k_i), Z^{-}=\lambda\sum_{1}^{n}(1-\alpha_i-\beta_i)f_i(k_i)+\delta z.$$

Припустимо, що величина норми накопичення є $\rho=\alpha(t)$ – змінна величина. Тоді питоме споживання можна вичислити як $c(t)=\big(1-\alpha(t)\big)(1-\alpha)f(k)=(1-\alpha)f(k)-\alpha(t)(1-$ $-\alpha)f(k)$ чи $\alpha(1-\alpha)f(k)=(1-\alpha)f(k)-c(t)$.

При цьому рівняння динаміки фондів набуде виду $\dot{k}=-(\mu+\nu)k+\alpha(1-\alpha)f(k)=-(\mu+\nu)k+f(k)-c$ чи $\dot{k}=f(k)-(\mu+\nu)k-c(t), k(0)=k_0$.

Якщо, наприклад, випуск визначається як $Y=F(K,L), Y=$ $=I+C$, то <u>модифікована модель динаміки фондів з урахуванням запізнення інвестиційних потоків</u> (з розподіленим лагом і коли функції ядра $h(t-\tau)=h_o\exp\big(-r(t-\tau)\big)$, тобто для стаціонарного випадку) набуде наступного виду [1, 4] (14):

$$\begin{cases}\dot{K}=-\mu K+I_h(t), K(0)=K_0,\\ \dot{L}=\nu L \text{ чи } L=L_0e^{\nu t}, L(0)=L_0,\\ \dot{I_h}=-rI_h+h_0I, I_h(t_0)=h_0I(t_0),\end{cases}$$

чи

$$\begin{cases}\dot{k}=-(\mu+\nu)k+i_h(t), k(0)=k_0,\\ \dot{i_h}=-(r+\mu+\nu)i_h+h_0\rho f(k), i_h(0)=i_{h0},\\ c=(1-\rho)f(k), \rho\equiv\alpha.\end{cases} \tag{14}$$

При цьому зауважимо, що потік інвестицій також є стохастичним процесом.

Рівняння (14) є основною динамічною моделлю керованого ТРП і в якості змінної, що керує, можна взяти питоме споживання $c(t)=\frac{C(t)}{L(t)}$ або норму накопичення ρ, а змінна стану – $k(t)$ – фондоозброєність, тобто $k(t)=\frac{K(t)}{L(t)}$.

Традиційна модель приросту капіталу за відсутності впливу випадкових чинників описується рівнянням [11, 12, 14]:

$$\frac{dK_t}{K_t}=\left(-\mu+\rho F\left(1,\frac{L_t}{K_t}\right)\right)dt. \tag{15}$$

Динаміка капіталу може істотно залежати від випадкових чинників, які ми врахуємо, додавши в рівняння стохастичний доданок σdW_t [13]:

$$\frac{dK_t}{K_t} = \left(-\mu + \rho F\left(1, \frac{L_t}{K_t}\right)\right)dt + \sigma dW_t. \qquad (16)$$

Тут W_t – стандартний броунівський рух; σ – коефіцієнт змінності (волатильності) приросту капіталу.

Стохастичний доданок σdW_t в рівнянні (16) характеризує вплив екзогенних випадкових чинників (економічної кон'юнктури, виробничої невизначеності, наукових відкриттів та ін.) на динаміку галузі.

При переході в (16) до відносних показників: фондоозброєності $k(t) = \frac{K(t)}{L(t)}$, середньої продуктивності праці $x(t) = \frac{X(t)}{L(t)}$, питомим інвестиціям на одного зайнятого $i(t) = \frac{I(t)}{L(t)}$, середньодушовому споживанню $c(t) = \frac{C(t)}{L(t)}$, можна записати, користуючись формулою, стохастичне диференціальне рівняння для фондоозброєності:

$$dk_t = \left(-(\mu + \nu)k_t + \rho k_t F\left(1, \frac{1}{k_t}\right)\right)dt + \sigma k_t dW_t,$$

чи $dk_t = (-(\mu + \nu)k_t + \rho F(k_t, 1))dt + \sigma k_t dW_t$, оскільки виробнича функція $F(K_t, L_t)$ є лінійно-однорідною, а значить, $k_t F\left(1, \frac{1}{k_t}\right) = F(k_t, 1)$.

Введемо позначення: $\lambda = \mu + \nu, f(k_t) = F(k_t, 1)$, отримуємо остаточно односекторну стохастичну динамічну модель галузі розробки програмного забезпечення:

$$\begin{cases} dk_t = \left(-\lambda k_t + \rho f(k_t)\right)dt + \sigma k_t dW_t, \\ k_0 = \dfrac{K_0}{L_0}, \\ x_t = f(k_t), i_t = \rho f(k_t), c_t = (1 - \rho)f(k_t). \end{cases} \qquad (17)$$

Модель праці найчастіше класично представляють як модель експоненціального зростання Мальтуса:

$$\dot{L}(t) = \gamma L(t), L(0) = L_0.$$

Проте ця модель необмеженого зростання трудових ресурсів не знаходить відображення у практичному застосуванні. У цих випадках використовують моделі типу Ферхюльста або Гомперця відповідно:

$$\dot{L}(t) = \gamma L(t)\left[1 - \frac{L(t)}{L^0}\right], L(0) = L_0, \text{чи} \tag{18}$$

$$\dot{L}(t) = \gamma L(t)\ln\frac{L^0}{L(t)}, L(0) = L_0. \tag{19}$$

Тут L^0 – деяка константа, що визначає максимально можливу чисельність працюючих. При такому підході до моделювання трудових ресурсів не враховується вплив рівня споживання і рівня забруднення. Дотримуючись логіки моделювання, розширену модель трудових ресурсів можна представити в одному з наступних видів:

$$\dot{L}(t) = \gamma L(t) - \gamma_z Z(t) + \gamma_c C(t), L(0) = L_0, \tag{20}$$

$$\dot{L}(t) = \gamma L(t)\left(1 - \frac{L(t)}{Q(Z,C)}\right), L(0) = L_0, \tag{21}$$

$$\dot{L}(t) = \gamma L(t)\ln\frac{Q(Z,C)}{L(t)}, L(0) = L_0. \tag{22}$$

У першому рівнянні константи γ_z, γ_c характеризують зміну чисельності населення (у тому числі у зв'язку зі зміною рівня смертності, рівня народжуваності і міграції) внаслідок екологічної ситуації і рівня споживання в регіоні. У другому і третьому рівнянні функція $Q(Z,C)$ визначає зміну верхньої межі чисельності населення регіону. Особливе завдання полягає у визначенні виду функції $Q(Z,C)$.

Нелінійна модифікована динамічна модель системи при логістичному характері змінної L має вигляд [4]:

$$\begin{cases} \dot{k}(t) = \alpha f(k) - n_0\big(1 - \eta(t)\big)k(t), k(t_0) = k_0, \\ c(t) = (1-\alpha)f(k), \\ \dot{\eta}(t) = n_0\eta(t)\big(1-\eta(t)\big), \eta(t) \equiv \dfrac{L(t)}{L_{max}}, \\ \eta(t_0) = \dfrac{L_0}{L_{max}}. \end{cases} \tag{23}$$

Динаміка праці також може істотно залежати від випадкових чинників, які ми можемо врахувати, додавши в рівняння (18) або (19) стохастичний доданок типу σdW_t, наприклад, у вигляді стохастичного логістичного рівняння Ферхюльста [13]:

$$dL_t = (a + bL_t)(L^0 - L_t)dt + \sigma(L^0 - L_t)dW_{tL}, \tag{24}$$

як стохастичне диференціальне рівняння, де L^0 – загальне (граничне) число працюючих; $\dot{L} \equiv \frac{dL}{dt}$ – швидкість зміни числа працівників; $(L^0 - L_t)$ – об'єм потенційного ринку праці; W_{tL} – стандартний броунівський рух (вінерівський процес [9]), σ – мінливість (волатильність) ринку, тобто $\sigma(L^0 - LK_t)dW_{tL}$ – випадковий доданок – випадковий процес, пропорційний неохопленій частині ринку праці.

Рішенням рівняння (тобто рішенням задачі Коші) є випадковий процес:

$$L_t = L^0 \frac{1}{E_t\left[\frac{1}{L^0 - L_0} - b\int_0^t \frac{1}{E_t}d\tau\right]}, E_t = exp[(a + bL^0)t + \sigma W_{tL}],$$

де E_t – «геометричний» броунівський рух:

$$dE_t = E_t\lfloor(a + bL^0 + \sigma^2)dt + \sigma W_{tL}\rfloor$$

за початкової умови $E_0 = 1$ [13].

Зокрема, логістичне рівняння зростання чисельності працівників в детермінованому випадку має вигляд:

$$\dot{L_t} = aL_t[1 - bL_t].$$

Сучасна точка зору на екологічну проблему є такою, що дилема між економічним розвитком і збереженням довкілля може бути дозволена лише за допомогою коеволюційного розвитку економічного виробництва, природи і суспільства, створення нового «екологізованого» законодавства. Це знаходить своє відображення в концепції екологічної модернізації – сучасній науковій теорії, основним об'єктом якої є організаційна і менеджерська структура індустріальної економічної системи і їхнє перетворення в руслі одночасного забезпечення сталого розвитку і збереження довкілля.

При моделюванні еколого-економічного розвитку в руслі концепції екологічної модернізації і принципу сталого розвитку необхідно враховувати наступні взаємопов'язані системи: економіку (виробництво), працю (населення), ресурси (корисні копалини, природні ресурси), природу (ця система відображає стан довкілля). Називатимемо останню систему моделлю забруднення попри те, що вона включає і позитивні дії, такі як очищення, відновлення та ін. У якості регулюючого органу у базовій моделі виступає деякий центр (регіональне управління), який визначає еколого-економічну політику, тобто приймає рішення про рівень споживання, рівень видобутку і рівень забруднення.

Таким чином, базова модель включає чотири взаємопов'язані та взаємодіючі моделі: *Модель капіталу, Модель ресурсів, Модель забруднення, Модель праці* і деякий критерій вибору оптимальної екологічної політики.

Інтегральну модель можна представити як кортеж у виді:

$$\boldsymbol{IM} =< \text{Модель капіталу, Модель ресурсів,}$$
$$\text{Модель забруднення, Модель праці та ін.} >.$$

Зауважимо, що необхідно і важливо до системи моделей також включити моделі інших важливих чинників і активів.

Для формалізації базової моделі введемо деякі позначення: C – споживання, Z – забруднення, Y – обсяг «корисного» випуску, R – залишок ресурсу, K – капітал, L – праця (робоча сила), I – інвестиції, D – витрати на зниження забруднення.

Формалізація базової моделі може бути представлена в наступному загальному виді.

Критерій вибору еколого-економічної політики, тобто ЕЕУ:

$$M[\Phi(C, Y, D)] \to max, \tag{25}$$

де $\Phi(C, Y, D)$ – функція добробуту регіону, а M – символ математичного очікування.

Модель капіталу:

$$\dot{K}(t) = W(K, R, D, L, C, I, \xi_K), K(0) = K_0. \tag{26}$$

Модель забруднення:

$$\dot{Z}(t) = J(K, L, Y, Z, D, \xi_Z), Z(0) = Z_0. \tag{27}$$

Модель ресурсів:

$$\dot{R}(t) = G(R, K, L, Y, \xi_R), R(0) = R_0. \tag{28}$$

Модель праці:

$$\dot{L}(t) = S(L, C, Z, \xi_L), L(0) = L_0. \tag{29}$$

Тут J, G, W, S – деякі задані функції, а $(\xi_K, \xi_Z, \xi_R, \xi_L)$ – стохастичні змінні, які описують нестабільне зовнішнє середовище.

Модель ресурсів складається з двох підсистем. Це обумовлено наявністю двох типів ресурсів: *поновлюваних і непоновлюваних* [15].

Для моделювання поновлюваних ресурсів використовують моделі, аналогічні моделям праці:

Модель Мальтуса:

$$\dot{R}(t) = \gamma_R R(t), R(0) = R_0.$$

Модель Ферхюльста:

$$\dot{R}(t) = \gamma_R R(t)\left(1 - \frac{R(t)}{Q_R}\right), R(0) = R_0.$$

Модель Гомперця:

$$\dot{R}(t) = \gamma_R R(t) ln\left(\frac{Q_R}{R(t)}\right), R(0) = R_0.$$

Модель Монода:

$$\dot{R}(t) = \gamma_R R(t)\frac{\tilde{S}(t)}{Q_R + \tilde{S}(t)}, R(0) = R_0.$$

Тут $\tilde{S}(t)$ – динаміка деякого допоміжного атрибуту, що обмежує приріст ресурсу (наприклад, харчування для біологічних ресурсів, світло для рослинних і тому подібне).

Модель Лотки-Вольтерри, що враховує динаміку двох взаємовпливаючих ресурсів. Наприклад, модель «хижак-жертва» у виді:

$$\begin{cases} \dot{R}_1(t) = \gamma_1 R_1(t) - \alpha R_1(t) R_2(t), \\ \dot{R}_2(t) = -\gamma_2 R_2(t) + \beta R_1(t) R_2(t), \\ R_1(0) = R_{10}, R_2(0) = R_{20}. \end{cases}$$

Облік дії інших підсистем соціально-еколого-економічної моделі приведе до розширення типової моделі поновлюваних ресурсів. Таке розширення можна провести шляхом додавання до моделі додаткових змінних:

$$\dot{R}(t) = \gamma_R R(t) + \gamma_K K(t) - Y(t) - \gamma_L L(t), R(0) = R_0.$$

Модель *непоновлюваних ресурсів*, на відміну від попередньої моделі, не містить доданку, що враховує відновлення $\gamma_R R(t)$, але враховує розвідку нових родовищ $\Phi\big(K(t), L(t)\big)$:

$$\dot{R}(t) = \Phi\big(K(t), L(t)\big) + \gamma_K K(t) - Y(t) - \gamma_L L(t), R(0) = R_0.$$

Тут $\Phi\big(K(t), L(t)\big)$ – деяка функція, що визначає загальну технологію і дослідження залежно від витраченого капіталу $K(t)$ і вкладеної праці $L(t)$.

Модель забруднення. До моделювання забруднення існує декілька підходів. Один із них представлений у монографії акад. Моісеєва Н.Н. «Оптимізація, дослідження операцій і теорія управління», у якій автор пропонував розглядати взаємодію держави, економіки і природи у рамках ієрархічної синергетичної / кібернетичної системи.

Система має синергетичний опис, якщо ефективно побудований оператор D, такий, що стан системи в кожний момент часу $t \in (t_0, T(t_0))$ може бути побудований по значеннях вектору $x(\tau), \tau \in (t_1, t_0)$ за умови, що всі зовнішні керуючі дії зафіксовані:

$$x(t) = D(x(\tau), \varepsilon, \eta, u), t \in \big(t_0, T(t_0)\big), \tau \in (t_1, t_0), \tag{30}$$

де $\varepsilon(t,r)$ – випадкова дія з відомими ймовірнісними характеристиками, $\eta(t,r) \in G_\eta$ – дія, задана мірою невизначеності, $G_\eta, u \in R^k$ – дії, що управляють, r – просторова змінна (вектор).

У результаті комплексної формалізації отримаємо один із варіантів соціально-еколого-економічної моделі динаміки у вигляді наступної системи рівнянь:

$$\dot{K}(t) = -\alpha K(t) + e^{\mathrm{Qt}} F\big(K(t), L(t), R(t)\big) - C)t) - D(t), \quad K(0) = K_0, \tag{31}$$

$$Y = F(K, L, R) = \left[\beta_1 K^{\frac{\delta-1}{\delta}} + \beta_2 L^{\frac{\delta-1}{\delta}} + \beta_3 R^{\frac{\delta-1}{\delta}}\right]^{\frac{\delta}{\delta-1}}, \tag{32}$$

$$\dot{L}(t) = \gamma L(t) - \gamma_Z Z(t) + \gamma_C C(t), L(0) = L_0, \tag{33}$$

$$\dot{R}(t) = \gamma_R R(t) - \gamma_K K(t) - Y(t) - \gamma_L L(t), R(0) = R_0, \text{чи} \tag{34}$$

$$\dot{R}(t) = d\big(K(t), L(t)\big) + \gamma_K K(t) - \gamma_L L(t) - Y(t), R(0) = R_0, \tag{35}$$

$$\dot{Z} = f^*(c, K, L, R)(1 - \eta c) - g(Z), Z(0) = Z_0, \tag{36}$$

де Y – обсяг «корисного» випуску, K – капітал, L – число працюючих, C – об'єм споживання, Z – об'єм забруднень («шкідливий» вихід), I – інвестиції, R – інші ресурси, D – витрати на заходи по зниженню забруднень. Тоді трійка (C, Y, D) визначає еколого-економічну політику розвитку, тобто $U \equiv (C, Y, D)$ – вектор управління.

Модель еколого-економічного управління. Для управління ТРВ у якості еколого-економічної моделі динаміки можна розглянути рівняння (31) та (36) з вектором стану $x = (k, z)$ і керуючим вектором параметрів (змінних) $u = (\alpha, \beta)$ [3-5].

Тепер завдання оптимального еколого-економічного управління (ЕЕУ) ТРВ може бути представленим наступним чином.

Нехай інтегральна модель динаміки СЕЕС є (31)-(34).

У якості функції корисності можна розглядати функцію:

$$U(q) \equiv U(k, z, \alpha, \beta) \equiv U(x, u), \tag{37}$$

а функціонал ефективності –

$$J(q) = \int_{t_0}^{T} \exp(-\delta t)\, U\big(q(t)\big) dt, \tag{38}$$

критерій оптимізації управління –

$$J(q) \to \max_{q \in Q}\ , \tag{39}$$

при обмеженнях:

$$Q = \{(\alpha, \beta, k, z) | 0 \le \alpha, \beta \le 1;\ \alpha + \beta \le 1, k(t_0) = k_0, z(t_0) = z_0\},$$

чи

$$Q = \{(\alpha, \beta, k, z) | k(t_0) \in K_0, k(T) \in K_T, z(t_0) \in Z_0, z(T) \in Z_T\}. \tag{40}$$

7. Завдання еколого-економічного управління у даному випадку полягає у визначенні оптимальних коефіцієнтів α і β випуску, призначених на споживання і боротьбу із забрудненням відповідно, тобто $c = \alpha Y, z = \beta Y, 0 \le \alpha, \beta \le 1$, на основі, наприклад, наступної приватної моделі:

$$\begin{cases} Y(t) = F(K, L), \\ \dot{K} = (1 - \alpha - \beta) F(K, L) - \mu K, \\ \dot{Z} = (\varepsilon - \delta\beta) F(K, L) - \gamma Z, \\ \dot{L}(t) = \gamma L(t) \dfrac{1 - L(t)}{L^0}, L(0) = L_0. \end{cases} \tag{41}$$

$$0 \le \alpha(t), \beta(t) \le 1, \alpha(t) + \beta(t) \le 1. \tag{42}$$

У випадку інтегральної моделі управління функція корисності (ФК) є функцією параметрів / змінних $\tilde{u}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$, де $\{\alpha_k(t), k = 1, \dots, 4\}$ – долі витрат на невиробничі, екологічні потреби, на безпеку, інноваційні і інформаційні технології, а критерій оптимальності тепер є співвідношенням:

$$J(c, k, z, L, \tau, S) = \int_{t_0}^{T} \tilde{u}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) \exp(-\theta t)\, dt \to \max_{\{a_i\} \in \widetilde{\Omega}} \tag{43}$$

Для вирішення завдань ЕЕУ на основі приведених стохастичних і детермінованих моделей можна скористатися відомими класичними методами оптимального управління з обмеженнями [3, 4, 11, 14].

Висновки. Розроблені та досліджені інтегральні соціально-еколого-економічні стохастичні моделі динаміки техногенних регіональних підприємств, придатні для умов криз. Зауважимо, що при моделюванні динаміки праці, ресурсів та інших факторів використано узагальнене логістичне рівняння Ферхюльста. Запропонований огляд і аналіз деяких отриманих останніми роками різними авторами результатів з макро- і мікромоделювання динаміки еколого-економічних і соціо-гуманітарних систем і процесів, які функціонують і розвиваються в складних умовах нелінейностей, нестабільностей і криз. Більшість створених раніше моделей соціально-еколого-економічних систем (СЕЕС) мають теоретичний і детермінований характер і досить проблемні з точки зору наявності інформації для їх реалізації. У зв'язку з цим завдання управління техногенним регіональним виробництвом (ТРВ) в умовах кризи обумовлює об'єктивну необхідність вдосконалення методів, моделей і інформаційних технологій на основі стохастичних рівнянь для управління СЕЕС.

Список використаної літератури

1. Рамазанов С.К., Сергиенко А.В. Социо-эколого-экономическое моделирование и управление техногенным региональным производством в условиях кризиса. – С. 199-218; Моделирование и информационные технологии в исследовании социально-экономических систем: теория и практика: Монография / Коллектив авторов. // Под ред. д.э.н., проф. В.С. Пономаренко, д.э.н., проф. Т.С. Клебановой. – Бердянск, 2014. – 604 с.

2. Рамазанов С.К. Моделювання соціально-еколого-економічної динаміки в нестабільному середовищі / С.К. Рамазанов // Інформатика та системні науки (ІСН-2015): матеріали VI Всеукраїнської науково-практичної конференції з міжнародною участю, (м. Полтава, 19–21 берез. 2015 р.). – Полтава: ПУЕТ, 2015.

3. Рамазанов С.К., Рогоза Н.Є., Мусаєва Е.К. Нелінійні моделі та аналіз складних систем: навчальний посібник / Під ред. проф. С.К. Рамазанова. – Луганськ – Полтава: ПУЕТ, 2009. – 636 с.

4. Рамазанов С.К. Инструменты эколого-экономического управления предприятием: [монография] / С.К. Рамазанов. – Донецк: ООО «Юго-Восток, Лтд», 2008. – 351 с.

5. Рамазанов С.К. Інноваційні технології антикризового управління економічними системами. Монографія / С.К. Рамазанов, Г.О. Надьон, Н.І. Кришталь, О.П. Степаненко, Л.А. Тимашова; Під ред. проф. С.К. Рамазанова. – Луганськ – Київ: вид-во СНУ ім. В. Даля, 2009. – 584 с.

6. Рамазанов С.К., Бурбело О.А., Вітлінський В.В. та ін. Ризики, безпека, кризи і сталий розвиток в економіці: методології, моделі, методи управління та прийняття рішень. Монографія / Під заг. ред. проф. С.К. Рамазанова. – Луганськ: Вид-во «Ноулідж», 2012. – 948 с.

7. Мировая динамика: Пер. с англ. / Д. Форрестер. – М: ООО «Издательство АСТ; СПб.: Terra Fantastica, 2003. – 379 с.

8. Острем К. Введение в стохастическую теорию управления. – М.: Мир, 1970. – 326 с.

9. Ширяев А.Н. Вероятность: Т. 1. – М.: Физматлит, 2004. – 234 с.

10. Григоркив В.С. Моделирование многосекторной эколого-экономической системы // Кибернетика и системный анализ. – 1999. – №3. – С. 147-157.

11. Колемаев В.А. Экономико-математическое моделирование. Моделирование макроэкономических процессов и систем: учебник. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. – 295 с.

12. Липенков А.Д. Моделирование эколого-экономических систем: Учеб. пособ., 2005. – 130 с.

13. Соловьев В.И. Экономико-математическое моделирование рынка программного обеспечения: монография / В.И. Соловьев; ГУУ. – М.: Вега-Инфо, 2009. – 176 с.

14. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математические методы и модели для магистрантов экономики: учеб. пособие / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. – СПб.: Питер, 2006. – 346 с.

15. Поносов Д.А. Динамическая коррекция задач управления для экономико-математических моделей. // Автореферат на соиск. к.э.н. – Пермь, 2012. – 24 с.