

УДК 517.6

**ПРО РЕЗУЛЬТАТИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ТЕСТОВОЇ ЗАЧАЧИ
ПРО ЗГИН КВАДРАТНОЇ ПЛАСТИНИ ЖОРСТКО
ЗАЩЕМЛЕННОЇ НА КРАЯХ**

I.S. Тomanova, магістр., аспірант

Українаська інженерно – педагогічна академія

tomanova.iryana@gmail.com

В даній роботі було побудовано квадратну область за допомогою сплайнів 5-того степеня. Область було розбито на чотири трикутники. Сплайни були побудовані за допомогою явних формул[1]. Було порівняно значення в центрі отриманої області з іншими роботами.

Tomanova.I.S Results of solving the test problem about bending square plate with four clamped edges. In this paper was constructed square plate using splines of the 5 degree. The area was divided into four triangles. Splines were built using explicit formulas [1]. Received value in the center of the area was compared with data obtained in other works.

Ключові слова: БІГАРМОНІЙНА ЗАДАЧА, СПЛАЙНИ
5-ГО СТЕПЕНЯ, ПЛАСТИНА З ЗАЩЕМЛЕНИМ КОНУТРОМ

Keywords: BIGARMONIC PROBLEM, SPLINES OF THE
5TH DERGEE, PLATE WITH ALL EDGES BUILD IN

Бігармонічна задача прямокутної пластини, яка защемлена по всій області має значне місце у технічній та машинобудівній сфері.

Задача про вигин прямокутних пластин була предметом вивчення в механіці деформованого твердого тіла більше століття. Багато вчених розраховували прогини прямокутних пластин з різними опорами, використовуючи різні методи Hencky (1913), Wojtaszak (1937), Тимошенко (1938), Evans (1939), Young (1940), Hutchinso (1992), Wang та ін. (2002), та Taylor & Govindjee

(2004).

Формулювання бігармонічної задачі.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q$$

Треба знайти $w(x, y)$, яка повинна задовольняти граничним умовам:

$$w = 0, \\ \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial y} = 0$$

на всьому контурі.

Введемо значення $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ - рівняння зігнутої

кривої(жорсткість пластини при вигині), E - модуль пружності матеріалу, ν - коефіцієнт Пуассона, h - товщина пластини, a, b - сторони пластини, q - навантаження розподілене на поверхні пластини .

Точне рішення про згин жорстко защемленої пластини з рівномірним навантаженням було представлено у С.Е.Imrak та I. Gerdemeli [2]:

$$w(x, y) = \frac{qb^4}{24D} \left[\left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right) + \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\cos \frac{m\pi y}{2b}}{\cosh \frac{m\pi a}{2b}} \left(A_m \cosh \frac{m\pi x}{2b} + B_m \frac{x}{a} \sinh \frac{m\pi x}{2b} \right) + \right. \\ \left. + \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} C_m \frac{\cos \frac{m\pi x}{2a}}{b \cosh \frac{m\pi b}{2a}} \left(y \sin \frac{m\pi y}{2a} - b \tanh \frac{m\pi b}{2a} \cosh \frac{m\pi y}{2a} \right) \right]$$

Побудуємо область за допомогою сплайнів п'ятого степеня [1]. Для дослідю оберемо область вигляду $(0, 0.5) \times (0, 0.5)$ та $f[x, y]=1$ Знаходимо сплайн на кожному трикутнику. Інтегруємо сплайни по трикутниках та сумуємо їх. Невідомі параметри знаходимо з умови мінімуму відповідного функціоналу. Знаходимо константи. Кожну константу підставляємо в поліноми. Область розбиваємо на чотири трикутники.

Табл.1 - Чисельні коефіцієнти для центру прогину для защемленої квадратної пластини з рівномірним навантаженням.

Методи	Чисельний фактор $\alpha = \frac{w(0,0)}{qb^4 / D}$
В даній роботі	0.00126
Imrak, Gerdemeli, 2006	0.00126401
Timoshenko & Woinowsky-Krieger, 1959	0.00126
Young, 1940	0.00126
Evans, 1939	0.00126
Wojtaszak, 1937	0.0012637

При розрахунках коефіцієнт Пуассона був взятий $\nu = 0.3$.

Література

1. Сергиенко И.В., Литвин О.Н., Литвин О.О., Денисова О.И. Явные формулы для интерполяционных сплайнов 5-й степени на треугольнике. – Кибернетика и системный анализ. – 2014. – Том 50, № 5. – С. 17-33
2. С.Е.Imrak and I. Gerdemeli, The problem of isotropic rectangular plate with four clamped edges, Indian Academy of Sciences SADHANA (2007)