Українська Федерація Інформатики
Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України
Вищий навчальний заклад Укоопспілки
«ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЕКОНОМІКИ І ТОРГІВЛІ»
(ПУЕТ)

ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН – 2016)

МАТЕРІАЛИ
VII Всеукраїнської науково-практичної
конференції за міжнародною участю

(м. Полтава, 10–12 березня 2016 року)

За редакцією професор О. О. Ємця

Полтава
ПУЕТ
2016

УДК 004+519.7
ББК 32.973я431
І-74

І-74 **Інформатика** та системні науки (ІСН – 2016) : матеріали VII Всеукраїнської науково-практичної конференції за міжнародною участю, (м. Полтава, 10–12 березня 2016 р.) / за редакцією О. О. Ємця. – Полтава : ПУЕТ, 2016. – 362 с.

ISBN 978-966-184-227-3

Збірник тез конференції містить сучасну проблематику в таких галузях інформатики та системних наук, як теоретичні основи інформатики та кібернетики, математичне моделювання та обчислювальні методи, математичне та програмне забезпечення обчислювальних машин і систем, системний аналіз і теорія оптимальних рішень. Представлено доповіді, що відображають проблеми сучасної підготовки фахівців з інформатики, прикладної математики, системного аналізу та комп'ютерних інформаційних технологій.
Розрахований на фахівців з кібернетики, інформатики, системних наук.

УДК 004+519.7
ББК 32.973я431

Матеріали друкуються в авторській редакції мовами оригіналів.
За виклад, зміст і достовірність матеріалів відповідають автори.

ISBN 978-966-184-227-3

Список використаних джерел

1. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець. – Київ : Ін-т системн. досліджень освіти, 1993. – 188 с.
2. Емец О. А. Оптимизация дробно-линейных функций на размещениях / О. А. Емец, О. А. Черненко. – Київ : Наук. думка, 2011. – 154 с. – Режим доступа: http://dspace.puet.edu.ua/handle/123456789/467.
3. Емец О. А. Комбинаторная оптимизация на размещениях / О. А. Емец, Т. Н. Барболина. – Київ : Наук. думка, 2008. – 159 с. – Режим доступу: http://dspace.puet.edu.ua/handle/123456789/473.
4. Барболина Т. Н. Решение частично комбинаторных задач оптимизации на размещениях методом построения лексикографической эквивалентности / Т. Н. Барболина // Кибернетика и системный анализ. – 2013. – № 6. – С. 137–149.

УДК 519

ОПЕРАТОРИ КРОСИНГОВЕРУ В ЗАДАЧАХ ОПТИМІЗАЦІЇ НА ПЕРЕСТАНОВКАХ

О. О. Ємець, *д. ф.-м. н., професор;*
Є. М. Ємець, *к. ф.-м. н., професор;*
В. О. Шаманський, *аспірант*
Вищий навчальний заклад Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»
yemetsli@ukr.net, yemetsli@mail.ru, epimethrius@outlook.com

Доведено критерій того, які і тільки які перестановки є операндами багато точкового оператору кросинговеру.

Iemets O. O., Yemets Ye. M., Shamansky V. The crossover operators in optimization problems on permutations. The criterion is proved about what which and only which permutations are operands for crossover operator with many points.

Ключові слова: ОПЕРАТОР КРОСИНГОВЕРУ, ОПТИМІЗАЦІЯ НА ПЕРЕСТАНОВКАХ, ГЕНЕТИЧНІ АЛГОРИТМИ.

Keywords: GENETIC ALGORITHM, OPTIMIZATION ON PERMUTATIONS, CROSSOVER OPERATOR.

Будемо для задач оптимізації на перестановках [1–13] та генетичних алгоритмів для них користуватися термінологією з [14].

Кросинговер (схрещення) – це оператор отримання нової перестановки з інших («нащадків» на основі «предків»).

Множину перестановок будемо позначати $E_{kn}(G)$, де G – мультимножина (множина) елементів, що переставляються, k – кількість елементів в ній, тобто $k=|G|$, а n – кількість різних. Якщо G – множина, тобто $k=n$, то $E_{kk}(G)$ позначатимемо $E_k(G)$. Тобто кросинговер – це оператор, що діє на декартовому добутку $E_{kn}(G)\times E_{kn}(G)\to E_{kn}(G)$, даючи елемент з множини перестановок.

Аналіз відомих операторів кросинговеру.

В [15] наведено відомі оператори кросинговеру. Проаналізуємо їх з точки зору застосовності до утворення перестановок.

1. ***Простий (одноточковий) оператор кросинговеру.*** Позначимо його $O_1(x,y)$. Згідно означення [15] визначається точка t (номер елементу) в перестановках $x=(x_1,\dots,x_k)$; $y=(y_1,\dots,y_k)$ з $E_{kn}(G)$, де (після якого) перестановки «розрізаються». Далі утворюються $O_1(x,y)=(x_1,\dots,x_t,\ y_{t+1},\dots,y_k)$, $1\le t\le k-1$.

В залежності від того, яка з перестановок x, y є першою можливий і інший результат, а саме $O_1(y,x)=$ $=(y_1,\dots,y_t,\ x_{t+1},\dots,x_k)$.

Якщо маємо $x,y\in E_{kn}(G)$, та $G^1=\{x_1,\dots,x_t\}=\{y_1,\dots,y_t\}$ то $O_1(x,y)\in E_{kn}(G)$, інакше $O_1(x,y)\notin E_{kn}(G)$.

Нехай $g_{j_1}\le\dots\le g_{j_t}$; $g_{j_{t+1}}\le\dots\le g_{j_k}$. Нехай $G=\{g_1,\dots,g_k\}$, $g_1\le\dots\le g_k$; $G^1=\{g_{j_1},\dots,g_{j_t}\}$; $G^2=G-G^1=\{g_{j_{t+1}},\dots,g_{j_k}\}$.

Якщо розглянути $N_1=\{j_1,\dots,j_t\}$, $N_2=\{j_{t+1},\dots,j_k\}$, $H=$ $=\{(\pi^1,\pi^2)\ \forall\pi^1=(i_1,\dots i_t)\in E_{k_1}(N_1);\pi^2=(i_{t+1},\dots i_k)\in E_{k_2}(N_2)\}$, $k_i=|N_i|$, $i=1,2$, то множина поліперестановок [3, 5] $E^2_{kn}(G,H)$ визначає ті і тільки ті перестановки, які можна брати в якості «предків» в операторі простого (одноточкового) кросинговера.

Теорема 1. Нехай $O_1(x,y)$ – оператор простого (одноточкового) кросинговера: $D\times D\to E_{nk}(G)$ з точкою розрізу t, $x\in E_{nk}(G)$, $y\in E_{kn}(G)$. Пара перестановок $x=(x_1,\dots,x_k)$; $y=(y_1,\dots,y_k)$ належить області визначення $D\times D$ оператора $O_1(x,y)$ тоді і тільки тоді, коли вони належать множині поліперестановок $E_{kn}^2(G,H)$, яка визначається такими умовами її утворення: $G=G^1+G^2$; $G^1=\left\{g_{j_1},\dots,g_{j_t}\right\}=(x_1,\dots,x_t)$; $G^2=$ $=\left\{g_{j_{t+1}},\dots,g_{j_{t_k}}\right\}=(y_{t+1},\dots,y_k)$; $N_1=\{j_1,\dots,j_t\}$; $N_2=\{j_{t+1},\dots,j_k\}$; $H=\left\{\pi=\left(\pi^1,\pi^2\right)\forall\pi^1=(i_1,\dots i_t)\in E_{k_1}(N_1);\pi^2=(i_{t+1},\dots i_k)\in E_{k_2}(N_2)\right\}$ $k_i=|N_i|$, $i=1,2$; $E_{kn}^2(G,H)=\left\{g=\left(g_{\pi(1)},\dots,g_{\pi(k)}\right)\mid\forall\pi\in H\right\}$.

Наслідок. Результат оператору кросинговера також належить тій же поліпереставній множини, що і операнди, тобто $O_1(x,y)\in E_{kn}^2(G,H)$.

Приклад. Дано $G=\left\{\sqrt{1},\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt{4},\sqrt{5},\sqrt{6}\right\}$, нехай

$$x=\left\{\sqrt{1},\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt{4},\sqrt{5},\sqrt{6}\right\}\in E_6(G),$$

$$y=\left\{\sqrt{5},\sqrt{1},\sqrt{3},\sqrt{6},\sqrt{4},\sqrt{2}\right\}\in E_6(G),$$

$$z=\left\{\sqrt{6},\sqrt{5},\sqrt{4},\sqrt{3},\sqrt{2},\sqrt{1}\right\}\in E_6(G).$$

Нехай $t=3$. Розглянемо $G^1=\left\{\sqrt{1},\sqrt{3},\sqrt{5}\right\}$, $G^2=\left\{\sqrt{2},\sqrt{4},\sqrt{6}\right\}$. Тоді разом з G^1, G^2 утворюються $N_1=\{1,3,5\}$, $N_2=\{2,4,6\}$. Маємо: $k_1=k_2=3$, переставна множина

$$E_3(N_1)=\{(1,3,5),(1,5,3),(3,1,5),(3,5,1),(5,1,3),(5,3,1)\}.$$

Аналогічно утворюється переставна множина $E_3(N_2)$, яка також має 6 елементів. Множина H містить елементи вигляду

$\pi=\left(\pi(1),...,\pi(6)\right)=\left(\pi^1,\pi^2\right)$, де $\pi^1\in E_3\left(N_1\right)$, $\pi^2\in E_3\left(N_2\right)$, тобто, наприклад, в H є елементи: (1, 3, 5, 2, 4, 6), (1, 3, 5, 2, 6, 4), …, (5, 3, 1, 6, 4, 2). Множина поліперестановок $E_{6,6}^2\left(G,H\right)$ має відповідні до елементів з H елементи: $\left(\sqrt{1},\sqrt{3},\sqrt{5},\sqrt{2},\sqrt{4},\sqrt{6}\right)$, $\left(\sqrt{1},\sqrt{3},\sqrt{5},\sqrt{2},\sqrt{6},\sqrt{4}\right)$, …, $\left(\sqrt{5},\sqrt{3},\sqrt{1},\sqrt{6},\sqrt{4},\sqrt{2}\right)$, тобто як відомо [3,5], $g=\left(g_{\pi(1)},...,g_{\pi(k)}\right)$, де $\pi=\left(\pi(1),...,\pi(k)\right)=$ $=\left(\pi^1,\pi^2\right)\in H$.

Отже

$$O_1\left(x,y\right)=\left(\sqrt{1},\sqrt{3},\sqrt{5};\sqrt{6},\sqrt{4},\sqrt{2}\right)\in E_{6,6}^2\left(G,H\right);$$

$$O_2\left(x,y\right)=\left(\sqrt{1},\sqrt{3},\sqrt{6},\sqrt{3},\sqrt{2},\sqrt{1}\right)\notin E_{6,6}^2\left(G,H\right),$$

що ілюструє теорему.

2. ***Двоточковий (багатоточковий оператор) кросинговеру.*** Позначимо двоточковий оператор $O_2\left(x,y\right)$, а багатоточковий (s-точковий) $O_s\left(x,y\right)$. Ці оператори задаються точками $t_1,...,t_s$ ($2\le s\le k$) – номерами елементів в перестановках $x=\left(x_1,...,x_k\right)\in E_{kn}\left(G\right)$, та $y=\left(y_1,...,y_k\right)\in E_{kn}\left(G\right)$, після яких перестановки «розрізаються». Результатом є точка

$$O_2\left(x,y\right)=\left(x_1,...,x_{t_1},y_{t_1+1},...,y_{t_2},x_{t_2+1},...,x_{t_3},y_{t_3+1},...,y_{t_4},...\right).$$

Введемо в розгляд множину поліперестановок $E_{kn}^{s+1}\left(G,H\right)$, яку визначимо, вважаючи $t_0=0$ та $G=G^1+...+G^s$ так.

Нехай

$$G^1=\left\{x_1,...,x_{t_1}\right\}=\left\{g_{j_1},...,g_{t_1}\right\}=\left\{g_{j_{t_0+1}},g_{j_{t_0+2}},...,g_{j_{t_1}}\right\};$$

$$G^2=\left\{y_{t_1+1},...,y_{t_2}\right\}=\left\{g_{j_{t_1+1}},...,g_{j_{t_2}}\right\}=\left\{x_{t_1+1},...,x_{t_2}\right\};$$

$$\ldots;$$

$$G^i = \left\{ z_{t_{i-1}+1},\ldots,z_{t_i} \right\} = \left\{ g_{j_{t_{i-1}+1}},\ldots,g_{j_{t_i}} \right\};$$

$$\ldots,$$

де $i \in J_{s+1}$, $z_{t_{i-1}} = x_{t_{i-1}},\ldots,z_{t_i} = x_{t_i}$, якщо i – непарне, $z_{t_{i-1}} = y_{t_{i-1}},\ldots,z_{t_i} = y_{t_i}$, якщо i – парне, а $g_{j_{t_{i-1}+1}} \le g_{j_{t_{i-1}+2}} \le \ldots \le g_{j_{t_i}}$ $\forall i \in J_{s+1}$, $t_0 = 0.$ Очевидно, що $\sum_{i=1}^{s+1} G^i = G.$

Позначимо $N_i = \left\{ j_{t_{i-1}+1}, j_{t_{i-1}+2} \ldots, j_{t_2} \right\}$ $\forall i \in J_{s+1}$, $k_i = |N_i|$ $\forall i \in J_{s+1}$. Очевидно, що $\bigcup_{i=1}^{s+1} N_i = J_k = \{1,2,\ldots,k\}$, $N_i \ne \varnothing$, $N_i \cap N_j = \varnothing$. Розглянемо перестановку перших k натуральних чисел вигляду $\pi = (\pi(1),\ldots,\pi(k)) = (\pi^1,\pi^2,\ldots,\pi^{s+1})$ $\pi^i \in E_{k_i}(N_i)$, утворимо множину цих перестановок $H = \left\{ \pi = (\pi^1,\pi^2,\ldots,\pi^{s+1}) \mid \forall \pi^i \in E_{k_i}(N_i) \right\}$.

Розглянемо $g = \left(g_{\pi(1)},\ldots,g_{\pi(k)} \right)$. Визначимо перестановку $E_{kn}^{s+1}(G,H) = \left\{ g = \left(g_{\pi(1)},\ldots,g_{\pi(k)} \right) \mid \forall \pi \in H \right\}$.

З правил утворення s-точкового оператору кросинговеру $O_s(x,y)$ та означення поліпереставної множини $E_{kn}^{s+1}(G,H)$ випливає справедливість такої теореми.

Теорема 2. Нехай $O_s(x,y)$ – s-точковий оператор кросинговеру, що задається точками $t_1,\ldots,t_s$ та діє з $D \times D$ на $E_{kn}(G)$; $D \subset E_{kn}(G)$. Нехай операнди $x,y \in E_{kn}(G)$. Пара перестановок x та y належить області визначення оператора $O_s(x,y)$ тоді і тільки тоді, коли вони належать множині поліперестановок $E_{kn}^{s+1}(G,H)$, яка визначається такими співвідношеннями:

$$G = G^1 + \ldots + G^{s+1}, \; t_0 = 0; \; \forall i \in J_{s+1}.$$

$$G^i = \left\{ g_{j_{t_{i-1}+1}},\ldots,g_{j_{t_i}} \right\} = \begin{cases} \left\{ x_{t_{i-1}+1},\ldots,x_{t_i} \right\}, \textit{якщо } i \textit{ непарне} \\ \left\{ y_{t_{i-1}+1},\ldots,y_{t_i} \right\}, \textit{якщо } i \textit{ парне} \end{cases}.$$

$$N_i = \left\{ j_{t_{i-1}+1}, j_{t_{i-1}+2} \ldots, j_{t_i} \right\} \quad \forall i \in J_{s+1}; \quad k_i = |N_i|;$$

$$\pi = \left(\pi(1),\ldots,\pi(k)\right) = \left(\pi^1,\ldots,\pi^i,\ldots\pi^{s+1}\right), \quad \pi^i \in E_{k_i}\left(N_i\right) \quad \forall i \in J_{s+1};$$

$$H = \left\{\pi = \left\{\pi^1,\ldots,\pi^{s+1}\right\} \mid \pi^i \in E_{k_i}\left(N_i\right)\right\};$$

$$E_{kn}^{s+1} = \left\{g = \left(g_{\pi(1)},\ldots,g_{\pi(k)}\right) \mid \forall \pi \in H\right\}.$$

Наслідок. Результат оператору кросинговеру також належить тій поліпереставній множині, тобто $O_s(x,y) \in E_{kn}^{s+1}(G,H)$, до якої належить x та y.

При $s=1$ з розглянутого критерію для $O_s(x,y)$ випливає критерій для $s=1$ (теорема 1).

В доповіді наведено критерії того, які і тільки які перестановки є операндами багатоточкового оператору кросинговеру. Як частковий випадок цей критерій справедливий і для одноточкового оператору кросинговеру на перестановках.

Список використаних джерел

1. Сергиенко И. В. Модели и методы решения на ЭВМ комбинаторных задач оптимизации / И. В. Сергиенко, М. Ф. Каспшицкая. – Київ : Наук. думка, 1981. – 288 с.
2. Емец О. А. Евклидовы комбинаторные множества и оптимизация на них. Новое в математическом программировании : учеб. пособие / О. А. Емец. – Київ : УМК ВО, 1992. – 92 с. – Режим доступу: http://dspace.uccu.org.ua/handle/ 123456789/489.
3. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець. – Київ : Ін-т системн. досліджень освіти, 1993. – 188 с. – Режим доступу: http://dspace.uccu.org.ua/handle/123456789/487.
4. Ємець О. О. Дослідження областей визначення задач евклідової комбінаторної оптимізації на переставних множинах / О. О. Ємець, Л. М. Колєчкіна, С. І. Недобачій. – Полтава : Полтавський державний технічний університет ім. Юрія Кондратюка, ЧПКП «Легат», 1999. – 64 с. – Ч. 1. – Режим доступу: http://dspace.uccu.org.ua/handle/123456789/488.

5. Стоян Ю. Г. Оптимізація на полірозміщеннях: теорія та методи / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець, Є. М. Ємець. – Полтава : РВВ ПУСКУ, 2005. – 103 с. – Режим доступу: http://dspace.uccu.org.ua/handle/123456789/376.
6. Ємець О. О. Задачі комбінаторної оптимізація з дробово-лінійними функціями / О. О. Ємець, Л. М. Колєчкіна. – Київ : Наук. думка, 2005. – 117 с. – Режим доступу: http://dspace.uccu.org.ua/handle/123456789/ 474.
7. Ємець О. О. Задачі оптимізації на полікомбінаторних множинах: властивості та розв'язування : монографія / О. О. Ємець, О. В. Роскладка. – Полтава : РВВ ПУСКУ, 2006. – 129 с. – Режим доступу: http://dspace.uccu.org.ua/handle/ 123456789/377.
8. Емец О. А. Оптимизация на полиперестановках / О. А. Емец, Н. Г. Романова. – Київ : Наук. думка, 2010. – 105 с. – Режим доступу: http://dspace.uccu.org.ua/handle/123456789/474.
9. Ємець О. О. Транспортні задачі комбінаторного типу: властивості, розв'язування, узагальнення : монографія / О. О. Ємець, Т. О. Парфьонова. – Полтава: ПУЕТ, 2 011. – 174 с. – Режим доступу: http://dspace.uccu.org.ua/handle/123456789/353.
10. Ємець О. О. Розв'язування задач комбінаторної оптимізації на нечітких множинах : монографія / О. О. Ємець, Ол-ра О. Ємець. – Полтава: ПУЕТ, 2011. – 239 с. – Режим доступу: http://dspace.uccu.org.ua/ handle/123456789/352.
11. Ємець О. О. Моделі евклідової комбінаторної оптимізації : монографія / О. О. Ємець, О. О. Черненко. – Полтава : ПУЕТ, 2011. – 204 с. – Режим доступу: http://dspace.uccu.org.ua/handle/ 123456789/354.
12. Гуляницький Л. Ф. Розробка моделей і наближених методів комбінаторної оптимізації та їх застосування в інформаційних технологіях : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра техн. наук: спец. 01.05.02 «Математичне моделювання та обчислювальні методи» / Л. Ф. Гуляницький. – Київ, 2005. – 32 с.
13. Донець Г. П. Екстремальні задачі на комбінаторних конфігураціях : монографія / Г. П. Донець, Л. М. Колєчкіна. – Полтава : РВВ ПУЕТ, 2011. – 309 с.
14. Емец О. А. О генетическом алгоритме при оптимизации на перестановках / О. А. Емец, Е. М. Емец, П. С. Штомпель // Інформатика та системні науки (ІСН-2013) : Матеріали IV Всеукраїнської науково-практичної конференції (м. Полтава, 21–33 березня 2013 р.). – Полтава : ПУЕТ, 2013. – С. 93–97.
15. Гладков Л. А. Генетические алгоритмы / Л. А. Гладков, В. В. Курейчик, В. М. Курейчик. – Москва : Физматлит, 2006. – 320 с.