УДК 519.81

ВЛАСТИВОСТІ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНИХ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧ НА КОМБІНАТОРНІЙ КОНФІГУРАЦІЇ РОЗМІЩЕНЬ

Л.М. Колєчкіна, д.ф.-м.н., професор
Полтавський університет економіки і торгівлі
ludapl@ukr.net

С.Є. Гриценко, викладач
Полтавський політехнічний коледж НТУ «ХПІ»
svhrytsenko@yandex.ru

О.С. Пічугіна, докторант
Харківський національний університет радіоелектроніки
pichugina_os@mail.ru

В статті розглядаються особливості розв’язання багатокритеріальних задач на комбінаторних конфігураціях загальних розміщень, представлення таких конфігурацій у графовому форматі та ефективні способи їх генерації.

Koliechkina L., Hrytsenko S., Pichugina O. Peculiarities of multicriterial optimization problems over combinatorial configurations of the general partial permutations; graph representation of the configurations and effective techniques of their generation are considered.

Ключові слова: ОПТИМІЗАЦІЯ, РОЗМІЩЕННЯ, КОМБІНАТОРНІ ЗАДАЧІ.

Keywords: OPTIMIZATION, PARTIAL PERMUTATIONS, COMBINATORIAL PROBLEMS.

Дослідження оптимізаційних багатокритеріальних задач на комбінаторних множинах потребує розробки ефективних методів та алгоритмів оптимізації, які дозволяють розв'язувати як окремі задачі, так і цілі їх класи. Тому необхідне додаткове вивчення властивостей розв'язків таких задач.

При розв'язуванні багатокритеріальних комбінаторних задач постає питання визначення ефективного розв'язку, що пов'язане з порівнянням альтернатив на множині цільових функцій. Слід зазначити, що такий розв'язок може виявитись не оптимальним для жодної з цільових функцій, проте, він є найкращим компромісним розв'язком з урахуванням усіх цільових функцій (критеріїв) одночасно.

Розглянемо багатокритеріальну комбінаторну задачу [1, 4] вигляду: $Z(\Phi,E):max\left\{\Phi\left(a\right)\middle|a\in E\right\}$, що полягає в максимізації векторного критерію $\Phi(a)$ на деякій комбінаторній множині, де $\Phi\left(a\right)=\left(\Phi_{1}\left(a\right),\Phi_{2}\left(a\right),...\Phi_{l}\left(a\right)\right)$, $\Phi_{i}:R^{n}\rightarrow R^{1}$, $i\in N_{l}$.

Якщо комбінаторна множина має вигляд $E=A_{qk}^{n}\left(A\right)=A_{qk}^{n}$ - множина n-розміщень із мультимножини A, що містить q-елементів, k з яких різні, то задача $Z\left(\Phi,E\right)$ є задачею на загальній множині розміщень [2].

Основними структурними елементами такої задачі є множина допустимих розв'язків і набір цільових функцій [2].

Для комбінаторних багатокритеріальних задач розв'язок представляє узагальнення поняття точки максимуму числової функції: розв'язок Парето-оптимальний, якщо значення кожного із критеріїв можна поліпшити лише за рахунок погіршення значень інших критеріїв. Властивостям і методам відшукання Парето-оптимальних розв'язків присвячено досить багато літератури, але для задачі $Z\left(\Phi,E\right)$ комбінаторної оптимізації необхідно врахувати специфіку й комбінаторні властивості області допустимих розв'язків, тому є актуальним розглянути дане питання.

З множини розв'язків X необхідно вибрати такі, для яких виконувалася б умова належності комбінаторній множині A_{qk}^{n} і які були б «кращі» ніж інші.

Визначимо оптимальні розв’язки, тобто такі, які мають переваги над множиною інших розв’язків.

Множину всіх оптимальних розв’язків у множині X позначатимемо через $opt_{\succ}X$. Залежно від структури X і виду відношення $\succ$ множина $opt_{\succ}X$ може містити єдиний елемент, скінченну та нескінченну множину елементів, або ж не містити жодного. Якщо врахувати комбінаторну природу множини допустимих розв’язків задачі $Z\left(\Phi,E\right)$, то $opt_{\succ}X$ – є скінченною множиною, елементи якої є точки множини розміщень, тобто $x \in A_{qk}^{n}$.

Задачі на комбінаторних конфігураціях, для яких можливе занурення в арифметичний евклідів простір, цікаві тим, що дозволяють виявляти властивості як безпосередньо допустимої комбінаторної множини, так і її опуклої оболонки – відповідного комбінаторного многогранника, а також остового графа цього многогранника. Знання цих специфічних властивостей дає можливість використовувати їх для побудови нових і вдосконалення існуючих методів розв’язання комбінаторних задач [3, 5, 6].

Задачі комбінаторної оптимізації, такі як задачі управління, мережеве планування та інші описуються моделями дискретної оптимізації, деякі з яких можна представити на конфігурації розміщень з набору двох елементів.

Розглянемо представлення процесу генерування множини 5-розміщень A_{62}^{5} із мультимножини $A=\left\{0^{n_1},1^{n_2}\right\}=\left\{0^2,1^4\right\}$ у вигляді остовного структурного графа відповідного многогранника, який позначимо $G_5(A_{62}^{5})$. Будуємо його ітераційно за допомогою послідовності графів $\left\{G_i(A_{62}^{i})\right\}_{i=\overline{1,5}}$. Спочатку згенеруємо множину вершин $\left\{V_i\right\}_{i=\overline{1,5}}$, $V_i = vert\ G_i(A_{62}^{i}), i$, використовуючи рекурентний метод [1]. Вершинами V_1 графу $G_1(A_{62}^{1})$ будуть ізольовані вершини зі значеннями 0, 1. Побудуємо множину V_2. Для цього до елементів V_1 допишемо справа допустимі елементи з мультимножини A. Аналогічно побудуємо $\{V_i\}_{i=\overline{3,5}}$. Результати представимо у таблиці 1.

Таблиця 1

Побудова під графів $G_5(A_{62}^5)$

V_1	V_2	V_3		V_4			
0	00	-	001	-	-	-	0011
	01	010	011	-	0101	0110	0111
1	10	100	101	-	1001	1010	1011
	11	110	111	1100	1101	1110	1111

Продовження табл. 1

V_5							
-	-	-	-	-	-	-	00111
-	-	-	01011	-	01101	01110	01111
-	-	-	10011	-	10101	10110	10111
-	11001	11010	11011	11100	11101	11110	-

При побудові комбінаторної конфігурації загальних розміщень з набору двох елементів остовний структурний граф буде мати виколоті вершини порівняно з графом гіперкубу.

Множину ребер $E_i = edge\, G_i(A_{62}^i)$ графу $G_i(A_{62}^5)$ будуємо через суміжні вершини загального многогранника розміщень $P_{62}^i = convA_{62}^i, i = \overline{1,5}$. Так, наприклад, для графу $G_5(A_{62}^5)$, оскільки P_{62}^5 - комбінаторно еквівалентний загальному многограннику переставлень P_{62} з мультимножини A, для V_5 справедливо: а) порядок графа $|V_5| = \dfrac{q!}{n_1!\,n_2!} = C_6^2 = 15$; б) граф – регулярний зі степенем вершини $d = n_1 n_2 = 2 \cdot 4 = 8$; в) суміжні вершини одержуються $0-1$-транспозицією чи заміною 0 на 1 або навпаки; г) розмір графу $|E_5| = \dfrac{1}{2}|V| \cdot d = 60$; д) діаметр

$diamG_5(A_{62}^5) = 2$; д) граф гамільтонів. Той факт, що $G_5(A_{62}^5)$ має гамільтонів цикл, дозволяє висунути гіпотезу, що весь клас остовних графів многогранників загальних розміщень з двох елементів є гамільтоновим. А це, в свою чергу, дозволяє розробку ефективних методів генерації множин A_{q2}^n вздовж суміжних вершин їх многогранників.

Висновки. Доцільним є дослідження властивостей комбінаторних множин, їх графів та многогранників з метою зменшення кількості розглядуваних альтернативних розв'язків багатокритеріальних задач і, як результат, зменшення складності цих задач.

Література

1. Донець Г. П. Екстремальні задачі на комбінаторних конфігураціях: монографія / Г. П. Донець, Л. М. Колєчкіна. – Полтава: РВВ ПУЕТ, 2011. – 309 с.
2. Емец О.А. Комбинаторная оптимизация на размещениях / О.А. Емец, Т.Н. Барболина. – К. : Наукова думка, 2008. – 159 с.
3. Сергиенко И.В. Задачи дискретной оптимизации: проблемы, методы решения, исследования / И.В. Сергиенко, В.П. Шило. – К. : наукова думка, 2003. – 264 с.
4. Семенова Н.В. Об одном подходе к решению векторных задач с дробно-линейными функциями критериев на комбинаторном множестве размещений / Н.В. Семенова, Л.Н. Колечкина, А.М. Нагорная // Проблемы управления и информатики. – 2010. – №1. – С. 131-144.
5. Ємець О.О. Дослідження областей визначення задач евклідової комбінаторної оптимізації на переставних множинах. Ч. 1 / О.О. Ємець, Л.М. Колєчкіна, С.І. Недобачій. – Полтава: Полтавський державний технічний університет ім. Юрія Кондратюка, ЧПКП «Легат», 1999. – 64 с.
6. Ємець О.О. Дослідження областей визначення задач евклідової комбінаторної оптимізації на переставних множинах. Ч. 2. Про одну задачу оптимізації на переставленнях. / О.О. Ємець, Л.М. Колєчкіна, С.І. Недобачій.– Полтава: Полтавський державний технічний університет ім. Юрія Кондратюка, ЧПКП «Легат», 1999. – 32 с.