

УДК 519.85

**ОПТИМАЛЬНОЕ РЕЗЕРВИРОВАНИЕ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ ПРИ МИНИМАЛЬНОЙ НАДЕЖНОСТИ
ЭЛЕМЕНТОВ**

*А.И. Косолап д.ф.-м.н., профессор, А.А. Довгополя аспирант
Украинский государственный химико-технологический
университет
anivkos@ua.fm*

В работе рассматривается задача обеспечения надежности систем управления посредством резервирования ее элементов. Показано, что заданная надежность системы управления достигается при минимальной надежности ее элементов. Для решения задачи используется метод точной квадратичной регуляризации.

Kosolap A.I., Dovgopola A.A. We consider a problem of maintenance of reliability of control systems by means of reservation of elements. It is shown, that set reliability of a control system is reached at minimum reliability of its elements. For the solution of a problem we use a method of exact quadratic regularization.

Ключевые слова: НАДЕЖНОСТЬ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ, ОПТИМАЛЬНОЕ РЕЗЕРВИРОВАНИЕ, ТОЧНАЯ КВАДРАТИЧНАЯ РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ.

Keywords: RELIABILITY OF THE CONTROL SYSTEM, OPTIMUM RESERVATION, EXACT QUADRATIC REGULARIZATION.

Большинство сложных систем функционируют под управлением систем регулирования. От надежности систем регулирования зависит надежность работы сложной системы. Этой теме посвящено много исследований [1]. Надежность сложной системы управления зависит от надежности ее

элементов, структурной схемы, а также количества резервных элементов. Увеличение резервных элементов повышает надежность системы управления, но увеличивает ее стоимость и вес. Поэтому такие системы строятся по критерию минимальной стоимости при условии, что обеспечивается заданная вероятность безотказной работы всей системы. Как правило, вероятность безотказной работы элементов может быть рассчитана. Проблемы возникают при расчете числа резервных элементов. Так как вероятность безотказной работы системы определяется сложной мультипликативной функцией, то соответствующая оптимизационная задача будет содержать множество локальных минимумов, что затрудняет ее численное решение. Задача усложняется также тем, что переменные должны принимать целочисленные значения. Существующие методы решения таких задач эффективны только для малых размерностей. Ситуация изменилась после разработки нового метода точной квадратичной регуляризации [2] для решения многоэкстремальных задач, который был успешно использован авторами для решения задач оптимального резервирования.

Постановка задачи и ее решение. Рассмотрим задачу оптимального резервирования элементов

$$\min \{c^T x \mid \prod_{i=1}^n R_i(x_i) \geq R, w^T x \leq W, x \in N, x \in E^n \}, \quad (1)$$

где c – вектор стоимости элементов, $R_i(x_i)$ – вероятности безотказной работы i -го элемента, w – вектор веса элементов, R – требуемая вероятность системы управления, W – ограничение на вес, N – множество натуральных чисел, x – n -мерный вектор евклидова пространства E^n , компоненты которого равны числу резервных элементов. Функции $R_i(x_i)$ равны

$$R_i(x_i) = 1 - (1 - r_i)^{x_i},$$

где r_i – время безотказной работы i -го элемента. В общем случае, формула для расчета вероятности безотказной работы системы управления может иметь более сложную структуру.

Использование точной квадратичной регуляризации преобразует задачи (1) к виду

$$\max\{\|z\|^2 | c^T x + s + (r-1)\|z\|^2 \leq d, -\prod_{i=1}^n R_i(x_i) + r\|z\|^2 \leq d, \quad (2)$$

$$w^T x \leq W, \sum_{i=1}^n (1 - \cos(2\pi x_i)) + r\|z\|^2 \leq d, x \geq 0\},$$

где вектор $z = (x, x_{n+1})$, параметр s удовлетворяет условию

$$s \geq \|x^*\|^2 - c^T x^*,$$

где x^* - решение задачи (1), а параметр $r > 0$ выбирается таким, чтобы ограничения задачи (2) были выпуклые. Последнему ограничению задачи (2) удовлетворяют только целочисленные значения x .

В задаче (2) необходимо найти минимальное значение переменной $d = d_{\min}$ при котором ее решение z^* удовлетворяет условию $r\|z^*\|^2 = d_{\min}$. Такое значение d_{\min} находим методом дихотомии. Будем увеличивать значение переменной $d = d_0 + h$ ($h > 0$) и для каждого такого значения d , решать задачу (2). При увеличении d значение $r\|z\|^2 - d$ будет монотонно возрастать. Поэтому методом дихотомии легко найти значение d , для которого будет выполняться равенство $r\|z\|^2 = d$. Если найденное значение d минимальное, то задача (1) решена. В противном случае, найдена только точка локального максимума задачи (2). Для нахождения глобального максимума использовалась вариация параметра r .

Задача (2) решалась при фиксированных вероятностях r_i . Затем значения r_i уменьшалось до тех пор, пока задача (1) имела решение. Для большинства проведенных численных экспериментов заданная надежность системы $R = 0.98$ обеспечивалась надежностью ее элементов порядка $r_i = 0.7$.

Література

1. Birolini, A. Reliability Engineering: Theory and Practice /A. Birolini.- Springer, 2014.- 630 p.
2. Косолап, А. И. Глобальная оптимизация. Метод точной квадратичной регуляризации / А. И. Косолап – Днепропетровск: ПГАСА, 2015 – 164 с.