УДК 519.6

БАЗИСНІ ПОЛІНОМИ 5-ГО СТЕПЕНЯ НА "ОДИНИЧНОМУ" ТРИКУТНИКУ ТА ЇХ ВИКОРИСТАННЯ ДЛЯ ПОБУДОВИ ІНТЕРПОЛЯЦІЙНОГО ПОЛІНОМА НА ДОВІЛЬНОМУ ТРИКУТНИКУ

***О. М. Литвин**, доктор фіз.-мат. наук, професор*
Українська інженерно-педагогічна академія
academ_mail@ukr.net
***Г. В. Коваленко**, аспірант*
Українська інженерно-педагогічна академія
vmkovalenko@ukr.net

У роботі пропонується метод побудови інтерполяційного полінома Зламала-Женішека 5-го степеня на довільному трикутнику з використанням базисних поліномів на "одиничному" трикутнику.

Litvin O.M., Kovalenko G.V. Basis polynomials of the 5th degree on the "unit" triangle and its applications for construction of interpolating polynomial on an arbitrary triangle. In this paper we propose a method for constructing of interpolating polynomial of Zlamal-Zenisek 5th degree on arbitrary triangle by using basis polynomials on the "unit" triangle.

Ключові слова: інтерполяційний поліном Зламала-Женішека 5-го степеня, базисні поліноми, довільний трикутник.

Keywords: interpolating polynomial of Zlamal-Zenisek 5th degree, basis polynomials, arbitrary triangle.

В останній час постійно збільшується кількість праць, присвячених побудові та дослідженню апроксимаційних властивостей інтерполяційних поліномів ермітового типу для функцій двох змінних на трикутнику. Таке підвищення інтересу до цих об'єктів обумовлено їх зручністю та ефективністю при розв'язуванні прикладних задач, пов'язаних з наближенням функцій.

Одними з перших ґрунтовних праць, в яких розвивалась теорія побудови інтерполяційних многочленів на трикутнику, є роботи Зламала і Женішека [1; 2]. Ідеї, викладені в цих працях, дістали подальшого розвитку та поглиблення в роботах [3; 4].

У даній роботі розглядається побудова інтерполяційного полінома Зламала-Женішека 5-го степеня на довільному трикутнику. Запропонована нами схема побудови інтерполяційного полінома базується на використанні базисних поліномів на "одиничному" трикутнику (з вершинами в точках (0,0), (1,0), (0,1)). Використовуючи результати роботи [4], можна отримати явні формули для всіх 21-го базисних поліномів. Для знаходження цих базисних поліномів вважаються відомими значення інтерпольованої функції та її частинних похідних до другого порядку включно у всіх вершинах трикутника, а також значення похідних у напрямку внутрішньої нормалі до сторін трикутника, які обчислені в серединах цих сторін. Ці базисні поліноми володіють певними інтерполяційними властивостями, що дозволяє записати інтерполяційний поліном у вигляді такої лінійної комбінації базисних поліномів, що коефіцієнти при них в точності дорівнюють або значенням функції, або значенням її частинних похідних до другого порядку включно в вершинах трикутника, або значенням похідних у напрямку внутрішньої нормалі до сторін трикутника, обчислені в серединах цих сторін. Базисні поліноми на довільному трикутнику визначаються як композиція базисних поліномів на "одиничному" трикутнику і лінійних функцій, які задають афінне перетворення площини, що переводить довільний трикутник в "одиничний". Але при цьому коефіцієнти при них у виразі для інтерполяційного полінома не будуть точно дорівнювати значенням інтерпольованої функції та її певних похідних. Для знаходження частини цих коефіцієнтів було розглянуто допоміжний оператор інтерполяції $Sf\left(x,y\right)$. Цей оператор задається як лінійна комбінація базисних поліномів, отриманих на основі

18 базисних поліномів для “одиничного” трикутника, які стоять при значеннях інтерпольованої функції та її частинних похідних. Отримано вирази для коефіцієнтів оператора $Sf(x,y)$, при яких він задовольняє інтерполяційним умовам: його значення і значення його частинних похідних (до другого порядку включно) у вершинах трикутника дорівнюють відповідним значенням інтерпольованої функції та її похідних. Основним результатом роботи є побудова оператора інтерполяції $Of(x,y)$, що дорівнює сумі оператора $Sf(x,y)$ і лінійної комбінації 3 базисних поліномів, отриманих на основі базисних поліномів для “одиничного” трикутника, що стоять при значеннях похідних по нормалі інтерпольованої функції. Показано, що оператор володіє всіма інтерполяційними властивостями оператора $Sf(x,y)$ незалежно від коефіцієнтів при базисних поліномах в різниці $Of(x,y)-Sf(x,y)$. Знайдено вирази для даних коефіцієнтів, при яких $Of(x,y)$ володіє інтерполяційною властивістю: значення його похідних у напрямку внутрішньої нормалі до сторін трикутника, обчислені в серединах сторін, дорівнюють відповідним похідним для інтерпольованої функції.

Література

1. Zenisek A. Interpolation polynomials on the triangle / A. Zenisek // Numer. Math. – 1970. – Vol. 15. – pp. 283-296.
2. Zlamal M. On the finite element method / M. Zlamal // Numer. Math. – 1968. – Vol. 12. – pp. 394-409.
3. Литвин О.Н. 2D кубические интерполяционные сплайны на нерегулярной сетке узлов / О.Н. Литвин, О.О. Литвин, О.И. Денисова // Компьютерная математика. – 2013. – № 1. – С. 100-109.
4. Сергиенко И.В. Явные формулы для интерполяционных сплайнов 5-й степени на треугольнике / И.В. Сергиенко, О.Н. Литвин, О.О. Литвин, О.И. Денисова // Кибернетика и системный анализ. – 2014. – Том 50. – № 5. – С. 25-33.