

УДК 519.6:532.546:539.3

**АНАЛІЗ ЧИСЕЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ
НЕІЗОТЕРМІЧНОГО ПРОЦЕСУ НЕУСТАЛЕНОЇ
НАПРНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ В ҐРУНТОВОМУ МАСИВІ**

В.О. Богаєнко, к.ф.-м. н.,

О.О. Марченко, к.ф.-м. н., ст. наук. співр.,

Т.А. Самойленко, к.ф.-м.н.,

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України

tkucheruk@rambler.ru

В доповіді проаналізовано результати моделювання нестационарних неізотермічних процесів у вологонасичених ґрунтах шляхом наближеного розв'язання двох початково-крайових задач для параболо-гіперболічних систем.

Bohaienko V.O., Marchenko O.O., Samoilenko T.A. Analysis of numerical modelling of non-isothermal process for non-stabilized pressure filtration in deformed soil massive. In the report we present simulation results for non-stationary non-isothermal processes in water saturated soils by approximate solution of two initial boundary value problems for parabolic-hyperbolic systems.

Ключові слова: ФІЛЬТРАЦІЯ, МЕТОД ГАЛЬОРКІНА, МСЕ.

Keywords: FILTRATION, GALERKIN METHOD, FEM.

Розглядається неізотермічна задача про притік води до котловану при зміні рівня води у верхній водоймі та змінній глибині котловану. Запропоновано дві диференціальні моделі: *модель 1* – це задача для квазілінійної системи нестационарних рівнянь фільтрації, теплопереносу та пружної деформації; *моделью 2* є задача для системи рівнянь динамічної консолідації і рівняння теплопереносу [1]. Система *моделі 1* має вигляд

$$\tilde{\mu} \frac{\partial h}{\partial t} - \operatorname{div}(K_{\phi}(T, \theta) \operatorname{grad} h) = 0, \quad c_T \frac{\partial T}{\partial t} - \operatorname{div}(\lambda_T \operatorname{grad} T - c_e v T) = 0,$$

$$\rho_{sp} \frac{\partial^2 w_{ck}}{\partial t^2} - (Aw_{ck})(w_{ck}) - \operatorname{grad} P = F, \quad (x, y, t) \in \Omega \times (0, \tilde{T}],$$

де $F = (0, -\rho_{zp}g)^T$, $w_{ck} = (u_{ck}, v_{ck})^T$ – вектор зміщень скелету ґрунту, $P = \rho_e g(h - y)$ – тиск, $K_\phi(T, \theta) = \bar{K}_\phi(T)e^{\varepsilon(\theta)}$, θ – об’ємна деформація, $v = -K_\phi \text{grad } h$, ρ_{zp} – щільність ґрунту, ρ_e – щільність води, A – оператор теорії пружності.

Модель 2 при врахуванні тільки пружних деформацій:

$$\rho_u(1-m) \frac{\partial^2 w_{ck}}{\partial t^2} + \rho_e g m^2 \bar{K}_\phi^{-1}(T) \frac{\partial}{\partial t} (w_{ck} - w_e) - (Aw_{ck})(w_{ck}) - (1-m) \text{grad } P = F_1,$$

$$\rho_e m \frac{\partial^2 w_e}{\partial t^2} + \rho_e g m^2 \bar{K}_\phi^{-1}(T) \frac{\partial}{\partial t} (-w_{ck} + w_e) - m \text{grad } P = F_2,$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{M^e}{m} \left((1-m) \frac{\partial}{\partial t} \text{div } w_{ck} + m \frac{\partial}{\partial t} \text{div } w_e \right),$$

$$c_T \frac{\partial T}{\partial t} - \text{div}(\lambda_T \text{grad } T - c_e \frac{\partial w_e}{\partial t} T) = 0, \quad (x, y, t) \in \Omega \times (0, \tilde{T}],$$

$F_1(x, y, t) = (0, (m-1)\rho_u g)^T$, $F_2(x, y, t) = (0, -m\rho_e g)^T$, $w_e = (u_e, v_e)^T$ – вектор зміщень води, \bar{K}_ϕ – з моделі 1, ρ_u – щільність скелету ґрунту, m – пористість, M^e – модуль пружності води.

Крайові умови в *моделях 1,2* – неоднорідні змішані, початкові умови – розв’язок відповідної *моделі 1* стаціонарної задачі.

Наближені розв’язки шукаються на базі методу Гальоркіна та МСЕ, дискретні розв’язки – за схемою Кранка-Ніколсона.

Результати засвідчують, що вплив зовнішніх температур на залежність швидкості заповнення котловану від значення напору на верхній межі H є несуттєвим для обох моделей, а від глибини котловану – суттєвий лише у випадку *моделі 1*. На Рис.1 наведено графік за часом відносної різниці $d\tilde{h} = (\tilde{h}(25) - \tilde{h}(15)) / \tilde{h}(15)$ рівня води \tilde{h} в котловані для значень температури на верхній межі $T = 25^\circ C$ і $T = 15^\circ C$ (на нижній – $T = 5^\circ C$ в усіх випадках) при різній глибині l котлованів для *моделі 1*; результат для *моделі 2* – на Рис.2. Для $l=2\text{м}$ — відповідає $H=0.2\text{м}$, — $H=0.6\text{м}$, — $H=1.2\text{м}$; для $l=5\text{м}$ — $H=0.2\text{м}$, — $H=0.6\text{м}$, — $H=1.2\text{м}$; для $l=7\text{м}$ — $H=0.2\text{м}$, — $H=0.6\text{м}$, — $H=1.2\text{м}$ (розмір розрахункової області по y – 20м).

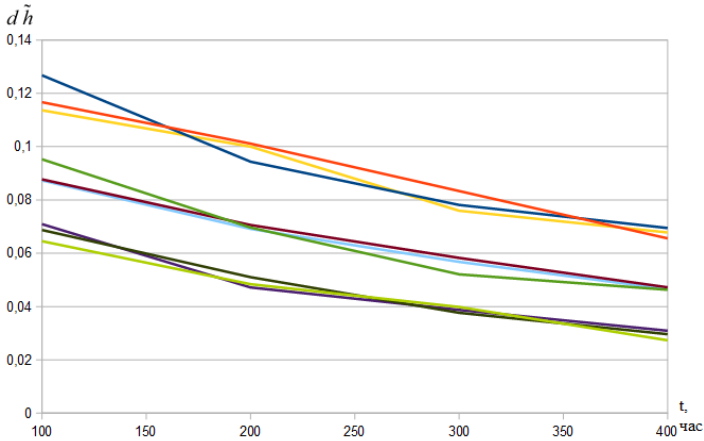


Рис.1

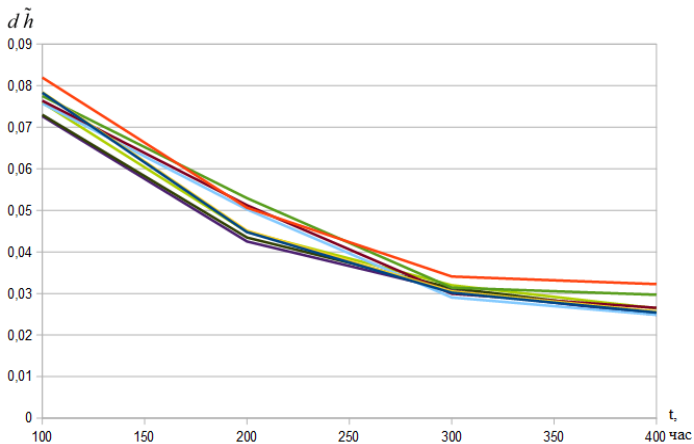


Рис.2

В доповіді проаналізовано результати чисельної реалізації двох різних математичних моделей динамічного процесу неізотермічної напірної фільтрації в ґрунтовому масиві.

Література

1. Богаєнко В.А., Марченко О.А., Самойленко Т.А. Аналіз численного моделювання динаміки ґрунтового масива при наявності неустановившоїся напірної фільтрації // УСИМ. – 2014. – № 4. – С.34 - 41.