Українська Федерація Інформатики
Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України
Вищий навчальний заклад Укоопспілки
«ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЕКОНОМІКИ І ТОРГІВЛІ»
(ПУЕТ)

ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН – 2016)

МАТЕРІАЛИ
VII Всеукраїнської науково-практичної
конференції за міжнародною участю

(м. Полтава, 10–12 березня 2016 року)

За редакцією професор О. О. Ємця

Полтава
ПУЕТ
2016

УДК 004+519.7
ББК 32.973я431
І-74

ПРОГРАМНИЙ КОМІТЕТ

І-74 **Інформатика** та системні науки (ІСН – 2016) : матеріали VII Всеукраїнської науково-практичної конференції за міжнародною участю, (м. Полтава, 10–12 березня 2016 р.) / за редакцією О. О. Ємця. – Полтава : ПУЕТ, 2016. – 362 с.

ISBN 978-966-184-227-3

Збірник тез конференції містить сучасну проблематику в таких галузях інформатики та системних наук, як теоретичні основи інформатики та кібернетики, математичне моделювання та обчислювальні методи, математичне та програмне забезпечення обчислювальних машин і систем, системний аналіз і теорія оптимальних рішень. Представлено доповіді, що відображають проблеми сучасної підготовки фахівців з інформатики, прикладної математики, системного аналізу та комп'ютерних інформаційних технологій.

Розрахований на фахівців з кібернетики, інформатики, системних наук.

УДК 004+519.7
ББК 32.973я431

Матеріали друкуються в авторській редакції мовами оригіналів.
За виклад, зміст і достовірність матеріалів відповідають автори.

ISBN 978-966-184-227-3

Список використаних джерел

1. Стоян Ю. Г. Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования / Ю. Г. Стоян, С. В. Яковлев. – Киев : Наукова думка, 1986. – 268 с.
2. Koucher E. Interval Analysis in the Extended Interval Space IR // Comp. Suppl. – 1980. – № 2 – P. 33–49.
3. Стоян Ю. Г. Метрическое пространство центрированных интервалов / Стоян Ю. Г. // Доклады НАН Украины, А. – 1996. – № 7. – С. 23–25.

УДК 519.8

ОПТИМІЗАЦІЙНІ ЗАДАЧІ НА РОЗМІЩЕННЯХ: ВЛАСТИВОСТІ І РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

О. О. Ємець, *д. ф.-м. н., професор*
Вищий навчальний заклад Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»
yemetsli@ukr.net
Т. М. Барболіна, *к. ф.-м. н., доцент*
Полтавський національний педагогічний університет імені В. Г. Короленка
tm-b@ukr.net

Доповідь присвячена вивченню властивостей комбінаторних оптимізаційних задач на розміщеннях з лінійною та дробово-лінійною цільовими функціями

Iemets O. O., Barbolina T. M. Optimization problems on arrangements: properties and solving. The report is devoted to studying of properties of combinatorial optimization problems on arrangements with linear and linear fractional objective function.

Ключові слова: ОПТИМІЗАЦІЯ, КОМБІНАТОРНІ ЗАДАЧІ, РОЗМІЩЕННЯ.

Keywords: OPTIMIZATION, COMBINATORIAL PROBLEMS, ARRANGEMENTS.

Розглянемо лінійну безумовну задачу оптимізації на розміщеннях: знайти пару $\left\langle L\left(x^{*}\right), x^{*}\right\rangle$ таку, що

$$L\left(x^*\right)=\underset{x\in E_\eta^k(G)}{extr}\sum_{j=1}^{k}c_jx_j,\ \ x^*=arg\ \underset{x\in E_\eta^k(G)}{extr}\sum_{j=1}^{k}c_jx_j, \tag{1}$$

де $x=\left(x_1,...,x_k\right)\in R^k$, $c_j\in R^1$ $\forall j\in J_k$, $E_\eta^k\left(G\right)$ – загальна множина розміщень з мультимножини $G=\left\{g_1,...,g_\eta\right\}$, причому елементи мультимножини упорядковані за неспаданням:

$$g_1\le ...\le g_\eta, \tag{2}$$

а коефіцієнти цільової функції задовольняють умову

$$c_{t_1}=...=c_{t_2-1}>c_{t_2}=...=c_{t_3-1}>...>c_{t_s}=...=c_k. \tag{3}$$

Раніше була доведена достатня умова мінімалі [1], проте питання про наявність інших мінімалей залишалося недостатньо вивченим.

Позначимо $W=\left\{w\middle|c_{t_w}\ne 0\right\}$. Розглянемо упорядковане розбиття J_η на s множин $N_1,...,N_s$ за правилом

$$N_w=\begin{cases}\left\{t_w,....,t_{w+1}-1\right\},\ якщо\ c_{t_w}>0,\\ \left\{\eta-k+t_w,...,\eta-k+t_{w+1}-1\right\},\ якщо\ c_{t_w}<0,\\ J_\eta\setminus\bigcup\limits_{w\in W}N_w,\ якщо\ c_{t_w}=0,\end{cases} \tag{4}$$

а також упорядковане розбиття числа k на s доданків $k=k_1+...+k_s$ ($k_w=|N_w|$, якщо $w\in W$, $k_w=\eta-\sum\limits_{i\in W}k_i$, якщо $w\notin W$). Нехай H – множина всіх k-вибірок з множини J_η вигляду $\pi=\left(\pi(1),...,\pi(k)\right)=\left(\pi_{11},...,\pi_{1k_1},...,\pi_{s1},...,\pi_{sk_s}\right)=\left(\pi^1,...,\pi^s\right)$, де $\pi^i=\left(\pi_{i1},...,\pi_{ik_i}\right)$ – довільна k_i – вибірка з множини N_i $\forall i\in J_s$.

Авторами доведено, що точка x^* є мінімаллю в задачі (1) тоді і лише тоді, коли вона є елементом множини полірозміщень $E_{\eta n}^{ks}\left(G,H\right)=\left\{\left(g_{\pi(1)},...,g_{\pi(k)}\right)|\ \forall\pi\in H\right\}$. Аналогічний результат має місце й у випадку максимізації.

Одержані властивості лінійних безумовних задач оптимізації на розміщеннях дозволяють також обґрунтувати спосіб одержання всіх мінімалей (максималей) дробово-лінійної функції на розміщеннях, якщо відома одна з них. Нехай $x^* = \left(g_{\alpha_1}, ..., g_{\alpha_k}\right)$ – мінімаль (максималь) функції $\Phi(x) = \dfrac{\sum_{j=1}^{k} d_j x_j + d_0}{\sum_{j=1}^{k} d'_j x_j + d'_0}$ на множині $E_\eta^k(G)$; індекси β_j такі, що величини $c_j = d_{\beta_j} - \Phi\left(x^*\right) d'_{\beta_j}$ $\forall j \in J_k$ задовольняють умову (3). З властивостей лінійних безумовних задач випливає, що будь-яка інша мінімаль (максималь) функції $\Phi(x)$ на множині $E_\eta^k(G)$ задовольняє умову $x_{\beta_j} = y_j$ $\forall j \in J_k$, де $(y_1, ..., y_k)$ є елементом множини полірозміщень, при формуванні якої елементи розбиття множини J_η визначаються так:

– якщо $c_{t_i} \neq 0$, то $N'_i = \left\{\alpha_j \middle| j \in \bar{N}_i\right\}$, де $\bar{N}_i = \left\{\beta_{t_i}, ..., \beta_{t_{i+1}-1}\right\}$;

– якщо $c_{t_i} = 0$, то $N'_j = J_\eta \setminus \bigcup_{i \in I} N_i$, де $I = \left\{i \in J_s \middle| c_{p_i} \neq 0\right\}$.

Розглянемо тепер розв'язування евклідових задач лексикографічної комбінаторної максимізації на розміщеннях з лінійними обмеженнями:

1) знайти пару $\left\langle L\left(x^*\right), x^*\right\rangle$ таку, що

$$L\left(x^*\right) = \underset{x \in R^u}{lexmax} \sum_{j=1}^{u} c_j x_j, \quad x^* = arg\, \underset{x \in R^u}{lexmax} \sum_{j=1}^{u} c_j x_j, \tag{5}$$

$$\left(x_1, x_2, ..., x_k\right) \in E_{\eta n}^k(G), \tag{6}$$

$$\sum_{j=1}^{u} a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i \in J_m. \tag{7}$$

2) знайти за умов (6), (7) пару $\left\langle \Phi\left(x^*\right), x^*\right\rangle$ таку, що

$$\Phi\left(x^*\right)=\underset{x\in R^u}{lexmax}\frac{\sum_{j=1}^{u}c_jx_j+c_0}{\sum_{j=1}^{u}d_jx_j+d_0};\quad x^*=\arg\underset{x\in R^u}{lexmax}\frac{\sum_{j=1}^{u}c_jx_j+c_0}{\sum_{j=1}^{u}d_jx_j+d_0}. \quad (8)$$

Вважаємо, що виконується умова $\sum_{j=1}^{u}d_jx_j+d_0>0$ для будь-якої точки, що задовольняє (7).

Як показано в [2], задача максимізації функції $\Phi(x)$ за умови (7) може бути замінена еквівалентною задачею лінійного програмування. Проте для задач лексикографічної оптимізації така еквівалентність місця не має. Розв'язок задачі (8), (7) може бути одержаний на основі того факту, що будь-яка екстремаль задовольняє умову $\Phi(x)=\zeta$, де ζ – максимум функції $\Phi(x)$ на множині (7). Оскільки остання умова еквівалентна

$$\sum_{j=1}^{u}\left(c_j-\zeta d_j\right)x_j=\zeta d_0-c_0, \quad (9)$$

то лексикографічна максималь є лексикографічно максимальною точкою, яка задовольняє умови (6), (7), (9) і $x\in\Pi_\eta^k(G)$.

Для розв'язування задач (5)–(7) і (6)–(8) можуть використовуватися алгоритми методу побудови лексикографічної еквівалентності (методу ПоЛЕ). Метод ґрунтується на розбитті многогранника на класи еквівалентності за відношенням еквівалентності точок простору R^u відносно k-розміщень (λ_k-класи). Термінологія й основні факти щодо лексикографічної еквівалентності точок відносно розміщень наведено в [3], [4]. Кожний елемент $\left(\overline{x}_1,...,\overline{x}_k\right)\in E_\eta^k(G)$ визначає λ_k-клас, елементами якого є точки вигляду $\left(\overline{x}_1,...,\overline{x}_k,x_{k+1},...,x_u\right)$. Такі λ_k-класи називаємо комбінаторними. На множині λ_k-класів вводиться лінійний порядок згідно з лексикографічним порядком їх представників.

Якщо відома дискретна множина A, якій належать значення цільової функції, то екстремаль у задачі (5)–(7) знаходиться на одній із гіперплощин вигляду

$$\sum_{j=1}^{u} c_j x_j = \zeta, \qquad (10)$$

де $\zeta \in A$, а екстремаль у задачі (6)–(8) – на одній із гіперплощин вигляду (9). Нехай множина $M(\zeta)$ визначається умовами (6), (7), (10) (для дробово-лінійних задач – (6), (7), (9)). Тоді лексикографічна екстремаль у задачі (5)–(7) чи (6)–(8) є лексикографічно максимальною точкою множини $M(\zeta)$, де ζ – найбільший елемент множини A, при якому $M(\zeta) \neq \varnothing$.

Другий алгоритм методу ПоЛЕ використовує напрямлений перебір λ_k-класів у порядку лексикографічного зростання й лексикографічного спадання. Під час перебору з розгляду виключаються ті λ_k-класи, усі представники яких надають цільовій функції значення менше, ніж одержані на попередніх ітераціях.

Разом із розглянутими вище точними алгоритмами обґрунтовано наближений алгоритм метода ПоЛЕ. Нехай ζ – максимум цільової функції ($L(x)$ чи $\Phi(x)$) на множині (7), $x \in \Pi_\eta^k(G)$; τ – значення цільової функції у деякій допустимій точці. Тоді для будь-якої екстремалі в лінійній задачі на розміщеннях виконується умова $\tau \le L(x) \le \zeta$; для дробово-лінійної задачі умова $\tau \le \Phi(x) \le \zeta$ може бути записана як еквівалентна лінійна нерівність. Поклавши $\sigma = \dfrac{\tau + \zeta}{2}$, знайдемо комбінаторні λ_k-класи, представники яких задовольняють умову $\sigma \le L(x) \le \zeta$ ($\sigma \le \Phi(x) \le \zeta$ для дробово-лінійних задач). Якщо такий λ_k-клас буде знайдено, то оновлюємо значення τ, інакше максимум цільової функції не перевищує σ, тому оновлюємо значення ζ. Процес продовжується, поки не буде досягнута необхідна точність.

У доповіді для оптимізаційних задач на розміщеннях з лінійною та дробово-лінійною цільовими функціями продемонстрована можливість формування множини всіх екстремалей, якщо задача не має некомбінаторних обмежень, розглянуто алгоритми методу побудови лексикографічної еквівалентності.

Список використаних джерел

1. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець. – Київ : Ін-т системн. досліджень освіти, 1993. – 188 с.
2. Емец О. А. Оптимизация дробно-линейных функций на размещениях / О. А. Емец, О. А. Черненко. – Київ : Наук. думка, 2011. – 154 с. – Режим доступа: http://dspace.puet.edu.ua/handle/123456789/467.
3. Емец О. А. Комбинаторная оптимизация на размещениях / О. А. Емец, Т. Н. Барболина. – Київ : Наук. думка, 2008. – 159 с. – Режим доступу: http://dspace.puet.edu.ua/handle/123456789/473.
4. Барболина Т. Н. Решение частично комбинаторных задач оптимизации на размещениях методом построения лексикографической эквивалентности / Т. Н. Барболина // Кибернетика и системный анализ. – 2013. – № 6. – С. 137–149.

УДК 519

ОПЕРАТОРИ КРОСИНГОВЕРУ В ЗАДАЧАХ ОПТИМІЗАЦІЇ НА ПЕРЕСТАНОВКАХ

О. О. Ємець, *д. ф.-м. н., професор;*
Є. М. Ємець, *к. ф.-м. н., професор;*
В. О. Шаманський, *аспірант*
Вищий навчальний заклад Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»
yemetsli@ukr.net, yemetsli@mail.ru, epimethrius@outlook.com

Доведено критерій того, які і тільки які перестановки є операндами багато точкового оператору кросинговеру.

Iemets O. O., Yemets Ye. M., Shamansky V. The crossover operators in optimization problems on permutations. The criterion is proved about what which and only which permutations are operands for crossover operator with many points.

Ключові слова: ОПЕРАТОР КРОСИНГОВЕРУ, ОПТИМІЗАЦІЯ НА ПЕРЕСТАНОВКАХ, ГЕНЕТИЧНІ АЛГОРИТМИ.

Keywords: GENETIC ALGORITHM, OPTIMIZATION ON PERMUTATIONS, CROSSOVER OPERATOR.

Будемо для задач оптимізації на перестановках [1–13] та генетичних алгоритмів для них користуватися термінологією з [14].