УДК 519.8

МОДИФІКАЦІЯ МЕТОДУ «Р-АЛГОРИТМ»

С.І. Яремчук, *професор*
К.О. Скок, *магістрант*
В.О. Таценко, *аспірант*
Житомирський державний технологічний університет
katyaskok@gmail.com

В статті розглядається задача розміщення джерел фізичного поля на фіксовані посадкові місця. Побудовано модифікацію методу «Р-алгоритм».

S.I.Yaremchuk, K.O. Skok, V.O. Tacenko. Modification of the method «P-algorithm». In the article are discussed the problem of placement sources of physical fields on the fixed seats. Built modification of the method «P-algorithm».

Ключові слова: МІНІМАКСНА ЗАДАЧА, ДЖЕРЕЛА ФІЗИЧНИХ ПОЛІВ, Р-АЛГОРИТМ.
Keywords: MINIMAX PROBLEM, SOURCES OF PHYSICAL FIELDS, P-ALGORITHM.

На практиці часто виникають задачі розміщення джерел фізичного поля на фіксовані посадкові місця. Вони виникають у промисловості (оптимальне розміщення джерел забруднення, звуку), при проектуванні пристроїв радіоелектронної апаратури (забезпечення оптимального температурного режиму мікросхеми), при пошуку оптимального розміщення нафтових свердловин тощо.

Змістовна постановка задачі.

Є область $\Omega \subset R^n$; N джерел фізичного поля $D_i, i \in [1:N]$; N посадкових місць $n^j \in \Omega, j \in [1:\mathrm{N}]$ та K контрольних точок. Необхідно розмістити джерела фізичного поля на посадкові місця таким чином, щоб максимальне із значень поля в контрольних точках було найменшим. Кожне джерело повинно займати одне посадкове місце та на одне посадкове місце повинно призначатися лише одне джерело.

Фізичне поле, що утворюється розміщеними джерелами та крайовими умовами на межі області Ω, описується лінійною задачею математичної фізики.

Математична модель задачі.

Керовані змінні.

$$x_{ij} = \begin{cases} 0, якщо\, i - те\, джерело\, не\, призначається\, на\, j - те\, місце \\ 1, якщо\, i - те\, джерело\, призначається\, на\, j - те\, місце \end{cases}$$

Обмеження.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N} x_{ij} = 1, j \in [1 : \mathrm{N}], \\ \sum_{j=1}^{N} x_{ij} = 1, i \in [1 : \mathrm{N}], \end{cases} \tag{1}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, i \in [1 : \mathrm{N}], j \in [1 : \mathrm{N}], \tag{2}$$

Функція цілі.

$$f(x) = \max_{k \in [1:K]} f_k(x) \to \min, \tag{3}$$

де $f_k(x) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} c_{ij}^k x_{ij}$, c_{ij}^k – вклад $i - того$ джерела, що знаходиться на $j - тому$ посадковому місці, в значення поля в $k - й$ контрольній точці.

Обчислювальна схема методу «Р-алгоритм».

1. Обирається початковий базис $\overline{x}_0^0$, якому відповідає точка x^0. $s = 0, r = 0$.
2. Нехай є базис $\overline{x}_s^r$, якому відповідає точка x^r, тоді:

   2.1. Будується множина:

   $$K_{\max}(x^r) = \{k \in [1 : K] \mid f_k(x^r) = f(x^r)\}.$$

   Для $\overline{x}_s^r$ знаходяться потенціали $u_i^k(\overline{x}_s^r), v_j^k(\overline{x}_s^r)$ та оцінки $\Delta_{ij}^k(\overline{x}_s^r)$ $\forall k \in [1 : \mathrm{K}]$.

   2.2. Якщо хоча б для одного $k \in K_{\max}(x^r)$ немає жодної додатної оцінки, то $x^* = x^r$ є глобальним мінімумом задачі, кінець роботи алгоритму. Інакше – перехід до п.2.3.

2.3. Знаходиться множина клітин $I\left(\overline{x}_s^r\right)$, кожен елемент якої задовольняє наступній умові:

$$\forall k^* \in K_{\max}\left(x^r\right) \textit{виконується} \Delta_{i^* j^*}^{k^*}\left(\overline{x}_s^r\right) > 0.$$

Якщо вона порожня, то здійснюється перехід до п.4. Інакше – перехід до п.2.4.

2.4. Серед елементів множини $I\left(\overline{x}_s^r\right)$ обирається такий, що задовольняє умові $f_k\left(x^r\right) - \Delta_{i^* j^*}^{k}\left(\overline{x}_s^r\right) < f\left(x^r\right), \forall k \notin K_{\max}$. Якщо таких не існує, то здійснюється перехід до п.4. Якщо таких елементів декілька, то в першу чергу обирається той, що призводить до одиничного перевезення. Позначимо його через $\left(i^*, j^*\right)$.

2.5. Знаходиться наступний опорний план.

3. Якщо значення перевезення дорівнює одиниці, то отримано нову точку x^{r+1}, якій відповідає базис $\overline{x}_0^{r+1}$. r збільшується на одиницю, а s присвоюється нуль. В противному випадку отримаємо ту ж точку x^r, але інший базис $\overline{x}_{s+1}^r$. r не змінюється, а s збільшується на одиницю. Здійснюється перехід до п.2.
4. За розв'язок обирається $x^* = x^r$. x^* є стаціонарною точкою методу.

Недоліком цього методу є те, що його швидкодія дуже зменшується при збільшенні кількості контрольних точок. Тому розроблено модифікований «Р-алгоритм» в якому процедура побудови циклу, яка забирає більшу частину часу на кожному кроці розв'язання задачі, оптимізована. Вона базується на методі потенціалів з використанням деревовидних структур [1].

Для покращення роботи методу запропоновано використання паралельних обчислень в його програмній реалізації. Паралельно проводяться обчислення потенціалів та оцінок в кожній з контрольних точок на кожному кроці алгоритму.

Література

1. Шарифов Ф.А. Об эффективности алгоритмов решения сетевых задач на древовидных структурах / Ф.А. Шарифов // Кибернетика и системный анализ. –2003. –№3. –С.179-184.
2. Алгоритм решения дискретной минимаксной задачи размещения источников физического поля / С.И. Яремчук, Р.В. Бурда, С.С. Матущенко // Кибернетика и системный анализ. — 2009. — № 5. — С. 153-163. — Бібліогр.: 8 назв. — рос.