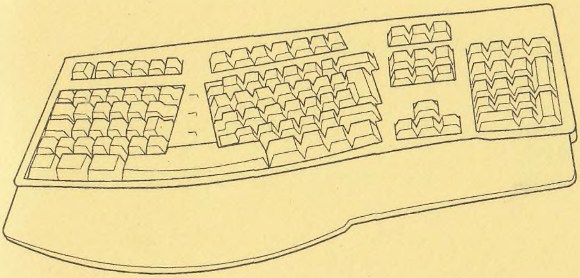
ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН-2014)

Матеріали
V Всеукраїнської
науково-практичної конференції
за міжнародною участю

(м. Полтава, 13–15 березня 2014 року)



Присвячується 10-річчю кафедри математичного моделювання та соціальної інформатики ПУЕТ

ПОЛТАВА
2014

Українська Федерація Інформатики

Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України

Вищий навчальний заклад Укоопспілки
«ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЕКОНОМІКИ І ТОРГІВЛІ»
(ПУЕТ)

ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН-2014)

МАТЕРІАЛИ
V ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ НАУКОВО-ПРАКТИЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ ЗА МІЖНАРОДНОЮ УЧАСТЮ

(м. Полтава, 13–15 березня 2014 року)

За редакцією професора О. О. Ємця

Присвячується 10-річчю кафедри математичного моделювання та соціальної інформатики ПУЕТ

Полтава
ПУЕТ
2014

УДК 004+519.7
ББК 32.973я431
І-74

ПРОГРАМНИЙ КОМІТЕТ

І-74 Інформатика та системні науки (ІСН-2014) : матеріали V Всеукр. наук.-практ. конф. (м. Полтава, 13–15 березня 2014 року) / за ред. О. О. Ємця. – Полтава : ПУЕТ, 2014. – 335 с.

ISBN 978-966-184-152-8

Матеріали конференції містять сучасну проблематику в таких галузях інформатики та системних наук, як теоретичні основи інформатики та кібернетики, математичне моделювання й обчислювальні методи, математичне та програмне забезпечення обчислювальних машин і систем, системний аналіз і теорія оптимальних рішень. Представлено доповіді, що відображають проблеми сучасної підготовки фахівців з інформатики, прикладної математики, системного аналізу та комп'ютерних інформаційних технологій.

Матеріали конференції розраховано на фахівців із кібернетики, інформатики, системних наук.

УДК 004+519.7
ББК 32.973я431

Матеріали друкуються в авторській редакції мовами оригіналів.
За виклад, зміст і достовірність матеріалів відповідають автори.

ISBN 978-966-184-152-8

7. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації [Електронний ресурс] / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець – К. : Ін-т системн. досліджень освіти, 1993. – 188 с. – Режим доступу: http://dspace.uccu.org.ua/handle/123456789/487. – Назва з екрана.

УДК 519.8

ПЕРЕСТАВНІ МНОГОГРАННИКИ: ЦЕНТРАЛЬНА СИМЕТРІЯ ТА КОМБІНАТОРНА ЕКВІВАЛЕНТНІСТЬ

М. В. Леонова, *пошукач*
Полтавський національний педагогічний університет ім. В. Г. Короленка
Mariay2604@rambler.ru
О. О. Ємець, *д. ф.-м. н., професор*
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»
yemetsli@mail.ru

В наш час актуальною є проблема вивчення ефективності оптимізаційних моделей, в тому числі комбінаторних. При цьому доцільним вбачається дослідження структури та властивостей їх допустимих областей, зокрема загального переставного многогранника [1–5]. Оскільки структура переставних многогранників зв'язана з їх комбінаторним типом, то визначення комбінаторного типу є важливим у дослідженні комбінаторних многогранників.

Нехай задано мультимножину $G=\{g_1,g_2,...,g_k\}$ з основою $S(G)=(e_1,e_2,...,e_\nu)$ і кратностями елементів $k_G(e_i)=\eta_i$. Кортеж кратностей в порядку елементів основи називають первинною специфікацією мультимножини G і позначають $[G]=(\eta_1,\eta_2,...,\eta_\nu)$. Нехай $J_k=\{1,2,...,k\}$; $J_k^0=J_k\cup\{0\}$; $J_0=\varnothing$.

Як відомо [1], множина переставлень елементів мультимножини G збігається з множиною вершин переставного многогранника. Опукла оболонка загальної множини переставлень $E_{k\nu}(G)$ є переставним многогранником $\Pi_{k\nu}(G)$, система умов якого має [1, 3] вигляд:

$$\sum_{i\in\omega}x_i \ge \sum_{i=1}^{|\omega|}g_i \;\; \forall\omega\subset J_k,\ |\omega|<k; \sum_{i=1}^{k}x_i=\sum_{i=1}^{k}g_i, \tag{1}$$

за умови, що $g_i \le g_{i+1}\ \forall i \in J_{k-1}$.

Як відомо [1, 2, 5], точки множини переставлень $E_k(J_k)$ лежать на $(k-1)$-сфері з центром в точці,

$$\tau = 0{,}5(k+1), \tag{2}$$

і радіусом $r = \frac{1}{6}\sqrt{3k(k+1)(k-1)}$, а $E_{kv}(G)$ – на $(k-1)$-сфер із центром в точці $\tau = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} g_i$ та радіусом $r = \sqrt{\sum_{i=1}^{k}(g_i - \tau)^2}$.

В [2, 5] доведено теорему про те, що множина $E_k(J_k)$ центральносиметрична з центром симетрії в точці τ^* з координатами (2). Наслідком [5] є те, що $(k-1)$-многогранник Π_k, який є опуклою оболонкою множини J_k, центральносиметричний з центром симетрії в точці τ^*.

За [3] дамо означення комплекса. Нехай M – k-многогранник і нехай ціле число d задовольняє умові $0 \le d \le k$. Множина всіх граней многогранника M вимірності, що не перевищує d, є комплексом. Останній називається d-скелетом многогранника M. $(k-1)$-скелет многогранника M називається граничним комплексом многогранника і позначається $K_\Gamma(M)$.

Граничний комплекс многогранника $MK_\Gamma(M) = \Gamma_0 \cup \Gamma_1 \cup \ldots \cup \Gamma_k$, де Γ_0 – множина вершин многогранника, Γ_1 – множина ребер, Γ_i – множина i-граней, Γ_{k-1} – множина $(k-1)$-граней (гіперграней).

Два комплекси [3] K і K' називаються ізоморфними, якщо між ними існує взаємно однозначне відображення φ, що зберігає операцію включення: $\forall M_i, M_j \in K;\ \forall \varphi(M_i), \varphi(M_j) \in K'$, $M_i \subset M_j \Leftrightarrow \varphi(M_i) \subset \varphi(M_j)$.

Два многогранника [3] M і M' називаються комбінаторно еквівалентними (позначка $M \cong M'$), якщо ізоморфні їх граничні комплекси $K_\Gamma(M)$ і $K_\Gamma(M')$. Іншими словами, многогранники M і M' комбінаторно еквівалентні, якщо між їх граничними комплексами існує взаємно однозначне відображення φ, що зберігає порядок включення. Про два комбінаторно еквівалентні многогранника кажуть, що вони є многогранниками одного типу.

Означення 1. Точка $x \in R^k$ називається центрально симетричною відносно деякої точки $\tau^* \in R^k$ для точки $y \in R^k$, якщо x, y, τ^* – лежать на одному відрізку з кінцями x, y, де τ^* – його середина.

Теорема 1. Якщо в мультимножині $G = \{g_1, g_2, ..., g_k\}$ з основою $S(G) = (e_1, e_2, ..., e_\nu)$, де $e_{i+1} = e_i + \Delta \ (\forall i \in J_\nu), \Delta > 0;$ з первинною специфікацією $[G] = (\eta_1, \eta_2, ..., \eta_\nu)$ є така симетрія первинної специфікації: $\eta_i = \eta_{\nu-i+1} \ (\forall i \in J_\nu)$, то дві вершини $x^1 = (x_1^1, ..., x_k^1) \in E_{k\nu}(G)$ та $x^2 = (x_1^2, ..., x_k^2) \in E_{k\nu}(G)$ многогранника $\Pi_{k\nu}(G) = convE_{k\nu}(G)$ є центрально симетричними відносно $\tau^* = (\tau, \tau, ..., \tau)$, де $\tau = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} g_i$, тоді і тільки тоді, коли $x_i^1 = e_{p_i}, x_i^2 = e_{q_i}$, а $p_i + q_i = \nu + 1 \ \ \forall i \in J_k; \ p_i, q_i \in J_\nu$.

Зауваження. Отже, кожна вершина переставного многогранника $\Pi_{k\nu}(G)$ з G, що задовольняє теоремі 1, має центрально симетричну вершину в $\Pi_{k\nu}(G)$.

Зауваження. Якщо у M існує центр симетрії вершин, то многогранник завжди можна перенести паралельним перенесенням так, що центр симетрії переміститься в точку $\tau^* = (\tau, \tau, ..., \tau)$, тобто ця умова не є суттєвою.

Означення 2. і-грань Γ_i^1 многогранника $M_1 \subset R^k$ називається центрально симетричною грані Γ_i^2 многогранника $M_2 \subset R^k$ відносно точки $\tau^* = (\tau, \tau, ..., \tau)$, якщо для $\forall z \in \Gamma_i^1 \ \exists w \in \Gamma_i^2$ такі, що z та w – центрально симетричні точки.

Означення 3. Множина $M_1 \subset R^k$ називається центрально симетричною відносно точки $\tau^* = (\tau,...,\tau) \in R^k$ до множини $M_2 \subset R^k$, якщо для всякої точки $x \in M_1$ існує центрально симетрична відносно τ^* точка $y \in M_2$ і навпаки: $\forall y \in M_2$ $\exists x \in M_1$ така, що x та y – центрально симетричні точки відносно точки τ^*. Такі множини називаються центрально симетричними відносно точки τ^*.

Позначимо $vertM$ – множину вершин многогранника M.

Теорема 2. Якщо для кожної вершини $x^i, i \in J_r$, многогранника $M_1 \subset R^k$ $x^i \in vertM_1$ існує вершина $y^i \in vertM_2$ многогранника $M_2 \subset R^k$ центрально симетрична відносно точки $\tau^* = (\tau, \tau,...,\tau)$, то для будь-якої точки $x \in M_1$ існує $y \in M_2$, яка є центрально симетричною відносно τ^*.

Теорема 3. Якщо для кожної вершини $x^i \in vertM_1 = \{x^1,...,x^r\}$ многогранника $M_1 \subset R^k$ існує вершина $y^i \in vertM_2$ многогранника $M_2 \subset R^k$ центрально симетрична відносно точки $\tau^* = (\tau, \tau,...,\tau)$, то будь-яка i-грань Γ_i^1 многогранника M_1 має центрально симетричну відносно τ^* i-грань Γ_i^2 в M_2, $i \in J_{k-1}$, де $k = dimM_j, j = 1,2$, причому якщо $x \in \Gamma_i^1$ $x = \sum_{i=1}^{r} \lambda_i x^i$, то $y \in \Gamma_i^2$ та $y = \sum_{i=1}^{r} \lambda_i y^i$, де x^i, y^i – центрально симетричні відносно τ^* вершини.

Наслідок. Теореми 2, 3 справедливі при $M_1 = M_2 = M$.

Лема 4. Точка $x = (e_1,...,e_1, e_1 + \Delta,...,e_1 + \Delta,...,e_1 + (t-1)\Delta,...,$ $e_1 + (t-1)\Delta,...,$ $e_1 + (\nu - 1)\Delta,...,e_1 + (\nu - 1)\Delta) \in R^k$, у якій координата e_1 повторюється η_1 раз, …, координата $e_1 + (t-1)\Delta$ повторюється η_t раз, …, координата $e_1 + (\nu - 1)\Delta$ повторюється η_ν раз, та точка $y = (e_1 + (\nu - 1)\Delta, e_1 + (\nu - 1)\Delta,...,e_1 + (\nu - t)\Delta,...,$

$e_1+(\nu-t)\Delta,...,e_1+\Delta,...,e_1+\Delta,e_1,...,e_1)$, у якій координата $e_1+(\nu-1)\Delta$ повторюється η_1 раз, $...,e_1+(t-1)\Delta$ η_t раз, $...,e_1+\Delta$ повторюється $\eta_{\nu-1}$ раз, координата e_1 повторюється η_ν раз, $t\in J_\nu$, $\eta_1+...+\eta_t+...+\eta_\nu=k$, є центрально симетричними відносно точки $\tau^*=(\tau,...,\tau)\in R^k$, де $\tau=e_1+0{,}5(\nu-1)\Delta$.

Лема 5. Якщо точки $x'=(x_{i_1},...,x_{i_k})$, $y'=(y_{i_1},...,y_{i_k})$, утворені як перестановки координат відповідно точок x та y з леми 4, то такі точки x' та y' являються центрально симетричними відносно точки $\tau^*=(\tau,...,\tau)$, де $\tau=e_1+0{,}5(\nu-1)\Delta$.

Теорема 6. Множини перестановок $E_{k\nu}(G_1)$ та $E_{k\nu}(G_2)$, що утворені з мультимножин $G_1=\{g_1,...,g_k\}$, $G_2=\{g_1',...,g_k'\}$ відповідно зі спільною основою $S(G_1)=S(G_2)=(e_1,...,e_\nu)$, де $e_{i+1}=e_i+\Delta,\Delta>0,i\in J_{\nu-1}$; та первинними специфікаціями $[G_1]=(\eta_1,\eta_2,...,\eta_\nu)$, $[G_2]=(\eta_\nu,\eta_{\nu-1},...,\eta_1)$, є центрально симетричними відносно точки $\tau^*=(\tau,...,\tau)$, де $\tau=e_1+0{,}5(\nu-1)\Delta$.

Наслідок (теорема 4.3 з [5]). При $\Delta=1$; $\nu=k$ маємо $E_k(J_k)$ – центрально симетрична множина відносно точки τ^* сама до себе.

Теорема 7. Два переставні многогранники $\Pi_{k\nu}(G_1)$, $\Pi_{k\nu}(G_2)$, що визначаються мультимножинами $G_1=\{g_1,g_2,...,g_k\}$ і $G_2=\{g_1',g_2',...,g_k'\}$ відповідно, зі спільною основою $S=(e_1,e_2,...,e_\nu)$, $e_{i+1}=e_i+\Delta$, де $\Delta>0$, $i=1,2,...,\nu-1$ та первинними специфікаціями $[G_1]=(\eta_1^1,...,\eta_\nu^1)=(\eta_1,...,\eta_\nu)$, $[G_2]=$ $=(\eta_\nu^2,...,\eta_1^2)=(\eta_\nu,...,\eta_1)$, $(\eta_i^1=\eta_{\nu-i+1}^2)$ $\forall\, i\in J_\nu$ є центрально симетричними відносно $\tau^*=(\tau,...,\tau)$, де $\tau=e_1+0{,}5(\nu-1)\Delta$.

Теорема 8. Якщо $M_1\subset R^k$ та $M_2\subset R^k$ – множини центрально симетричні відносно точки $\tau_k^*=(\tau_1,...,\tau_k)\in R^k$, $\tau_i=\tau=const,\forall i\in J_k$, то проекції $\Pi(M_1)_j\subset R^{k-1}$ та $\Pi(M_2)_j\subset R^{k-1}$ множин M_1 та

M_2 відповідно на площини $x_j = c_1 = const$ та $x_j = c_2 = const$ є центральносиметричними відносно точки $\tau_{k-1}^* = (\tau,...,\tau) \in R^{k-1}$.

Наслідок з теореми 8. Якщо $M_1 \subset R^k$, $M_2 \subset R^k$ – множини центрально симетричні відносно точки $\tau_k^* = (\tau,...,\tau) \in R^k$, то проекції $\Pi(M_1)_{(i_1,...,i_l)} \subset R^{k-l}$ та $\Pi(M_2)_{(i_1,...,i_l)} \subset R^{k-l}$ множин M_1, M_2 відповідно на підпростори $x_{i_1} = c_1^1,...,x_{i_l} = c_l^1$ та $x_{i_1} = = c_1^2,...,x_{i_l} = c_l^2$ є центральносиметричними множинами відносно точки $\tau_{k-1}^* = (\tau,...,\tau) \in R^{k-1}$.

Теорема 9. Якщо $\nu = k$, то $\Pi_{k\nu}(G_1) = \Pi_{k\nu}(G_2)$; і цей многогранник є центрально симетричним сам до себе відносно τ^*.

Наслідок [5]. За умов теореми 8 та при $\Delta = 1$ переставний многогранник $\Pi_k(J_k)$ – центрально симетричний відносно τ^*.

Твердження 10. У переставному многограннику $\Pi_{k\nu}(G)$ у випадку центральної симетрії його вершин кожна *i*-грань має центрально симетричну *i*-грань, що належить $\Pi_{k\nu}(G)$.

Теорема 11. Якщо многогранник $M_1 \subset R^k$, $M_2 \subset R^k$ – центрально симетричні, $K_\Gamma(M_1), K_\Gamma(M_2)$ – граничні комплекси многогранників M_1 та M_2 відповідно, то ці граничні комплекси многогранників ізоморфні.

Теорема 12. Якщо мультимножини G_1 та G_2 мають спільну основу $S = (e_1,...,e_\nu)$ з властивістю: $e_{i+1} = e_i + \Delta,\ \Delta > 0,\ \forall i \in J_{\nu-1}$, та первинні специфікації $[G_1] = (\eta_1,...,\eta_\nu), [G_2] = (\eta_\nu,...,\eta_1)$, то переставні многогранники $\Pi_{k\nu}(G_1)$ та $\Pi_{k\nu}(G_2)$ мають один і той же комбінаторний тип.

В роботі розглянуто питання центральної симетрії многогранників та зокрема переставних многогранників, що дозволяє використовувати ці результати в типізації останніх. Сформульовано та доведено ряд тверджень, що встановлюють залежність між структурою переставних многогранників та їх симетрією.

Інформаційні джерела

1. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації [Електронний ресурс] / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець. – К. : Ін-т системн. досліджень освіти, 1993. – 188 с. – Режим доступу http://dspace.uccu.org.ua/handle/123456789/487. – Назва зе крана.
2. Стоян Ю. Г. Некоторые свойства специальных комбинаторных множеств / Ю. Г. Стоян. – Харьков : Академия наук УССР, 1980. – 22 с. – (Препринт АН УССР/ Ин-тпроблеммашиностр.; 85).
3. Емеличев В. А. Многогранники, графы, оптимизация (комбинаторная теория многогранников) / В. А. Емеличев, М. М. Ковалев, М. К. Кравцов. – М. : Наука. Глав. ред. физ-матем. лит., 1981. – 344 с.
4. Gaiha P. Adjacent vertices on a permutohedron / P. Gaiha, S. K. Gupta // SIAM J. Appl. Math, 1977. – V. 32, № 2. – P. 323–327.
5. Стоян Ю. Г. Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования / Ю. Г. Стоян, С. В. Яковлев. – К. : Наук. думка, 1986 – 268 с.

УДК 519.6

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЛІСУ ТОМОГРАФІЧНИМИ МЕТОДАМИ І ДАНИМИ АЕРОКОСМІЧНОГО ЗОНДУВАННЯ

О. М. Литвин, *д. ф.-м. н., професор;*
О. О. Литвин, *к. ф.-м. н., доцент;*
С. М. Лобода, *аспірант*
Українська інженерно-педагогічна академія
milzver06@rambler.ru

Задача відновлення поверхні та деяких скритих включень у приповерхневому шарі Землі є однією з найбільш важливих задач при неруйнівному контролі. Тому актуальною є побудова математичної моделі поверхні планети за допомогою томографічних методів та даних її аерокосмічного зондування.

В працях [1, 2] досліджувалась задача відновлення висот колон у припущенні, що товщини колон однакові на основі відомих сумарних освітленостей системи колон під різними ракурсами.