

**Національна академія наук України  
Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова**

**ПРАЦІ МІЖНАРОДНОЇ  
МОЛОДІЖНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ШКОЛИ**

**ПИТАННЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ОБЧИСЛЕНЬ  
(ПОО – XXXVII)**

**Київ – 2011**



*International Youth School of Mathematics  
"The Issues of Calculation Optimization  
(ISCOPT-XXXVII)"  
September 2011, Katsyveli  
The Southern Coast of the Crimea (Ukraine)*

Kyiv – 2011

Національна академія наук України  
Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова

ПРАЦІ МІЖНАРОДНОЇ  
МОЛОДІЖНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ШКОЛИ

ПИТАННЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ОБЧИСЛЕНЬ  
(ПОО – XXXVII)

Україна, Крим  
Велика Ялта, смт. Кацивелі  
22–29 вересня 2011 року

Праці школи

Київ – 2011

УДК 517:518:519:533:534

Праці міжнародної молодіжної математичної школи “Питання оптимізації обчислень (ПОО-XXXVII)” – Київ: Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, 2011. – 214 с.

Розглядаються питання побудови оптимальних за складністю (та близьких до них) алгоритмів розв’язання наступних класів задач обчислювальної та прикладної математики: цифрова обробка сигналів, відновлення функцій і функціоналів, розв’язування різних класів рівнянь, системний аналіз і математичне програмування, методи захисту інформації.

Відмінною рисою праць школи є їх спрямованість на побудову ефективних за різними критеріями алгоритмів, оцінок їх характеристик, порівняльний аналіз за цими характеристиками та розв’язання широкого спектра прикладних задач. Певна увага приділена комп’ютерній технології розв’язання задач прикладної та обчислювальної математики із заданими значеннями характеристик якості.

Збірник праць розрахований на спеціалістів у галузі обчислювальної та прикладної математики.

Редакційна колегія:

академік НАН України І.В. Сергієнко (відповідальний редактор), академік НАН України В.С. Дейнека, академік НАН України Ю.Г. Кривонос, член-кореспондент НАН України В.К. Задірака (заст. відповідального редактора), доктор фізико-математичних наук М.Д. Бабич (відповідальний секретар).

Рецензент: член-кореспондент НАН України А.О. Чикрій

ISBN 978-966-02-5965-2

© Інститут кібернетики  
імені В.М. Глушкова НАН України, 2011

<b>Гнатів Л.О.</b> Метод побудови простих цілочисельних косинусних ступінчастих перетворень порядку 16 для високоефективного відеокодування.....	37
<b>Гнатів Л.О., Луц В.К.</b> Просте цілочисельне косинусне ступінчасте перетворення порядку 16 низької складності для високоефективного відеокодування.....	39
<b>Горбенко Ю.І., Горбенко І.Д.</b> Принципи створення, застосування та розвиток інфраструктури відкритих ключів, включаючи системи ЕЦП.....	41
<b>Горбенко І.Д., Шапочка Н.В.</b> Методи генерування псевдовипадкових послідовностей на основі спарювання точок еліптичних кривих та гешування.....	43
<b>Грищенко О.Ю., Марцафей А.С., Федорова В.С.</b> Різницева схема розщеплення, побудована на основі ДС-алгоритму .....	45
<b>Гусак Д.В.</b> Про наближення ймовірностей банкрутства.....	47
<b>Дейнека В.С., Аралова А.А.</b> Чисельна ідентифікація параметрів осесиметричних задач пружного та термопружного стану товстого циліндра .....	48
<b>Долгов В.І., Неласа Г.В.</b> Застосування криптографічних перетворень на гіпереліптичних кривих в алгоритмах асиметричної криптографії.....	50
<b>Денисенко П.Н.</b> Инструментальные средства для решения интегральных уравнений в системах компьютерной алгебры.....	52
<b>Дудикевич В.Б., Гарасим Ю.Р.</b> Вибір структури системи захисту інформації за показником її живучості .....	54
<b>Emmenegger J.-F.</b> Modeling the Prices of Securities on Financial Markets .....	56
<b>Ємець О.О.</b> Деякі властивості операції суми та лінійного порядку для нечітких чисел з дискретним носієм .....	58
<b>Ємець О.О., Ємець Є.М., Ольховський Д.М.</b> Модифікація другого методу комбінаторного відсікання .....	60
<b>Ємець О.О., Ольховська О.В.</b> Про збіжність ітераційного методу для розв'язування задач комбінаторної оптимізації ігрового типу на переставленнях .....	62
<b>Зинченко С.В., Зинченко В.П., Малишко А.О., Стасюк В.В., Ходанкова О.В.</b> К вопросу разработки оптимального алгоритма работы вычислительной системы микроспутника .....	64
<b>Ivanov Viktor V., Korzhova Valentina N.</b> On approximate solution of 3D-Navier-Stokes equations .....	65
<b>Касянчук М.М., Якименко І.З., Івасьєв С.В.</b> Теорія та оптимізація алгоритмів опрацювання великорозрядних чисел у базисі Крестенсона .....	67

О.О. ЄМЕЦЬ, Є.М. ЄМЕЦЬ, Д.М. ОЛЬХОВСЬКИЙ  
 Полтавський університет економіки і торгівлі, Полтава,  
 yemetsli@mail.ru, contacts@informatics.org.ua

### МОДИФІКАЦІЯ ДРУГОГО МЕТОДУ КОМБІНАТОРНОГО ВІДСІКАННЯ

Розглядається модифікація другого методу комбінаторного відсікання для задач оптимізації лінійних функцій з лінійними додатковими обмеженнями, в яких допустима точка має переставні властивості.

Розглянемо задачу [1]: знайти пару  $\langle C(y^*), y \rangle$

$$C(y^*) = \max_{y \in R^n} \sum_{j=1}^n c_j y_j, \quad (1)$$

$$y^* = (y_1^*, \dots, y_n^*) = \operatorname{argmax}_{y \in R^n} \sum_{j=1}^n c_j y_j, \quad (2)$$

за додаткових лінійних умов

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} y_j = b_i, \quad \forall i \in J_r; \quad (3)$$

$$y_j \geq 0, \quad \forall j \in J_n \quad (4)$$

та за комбінаторних обмежень

$$x = (x_1, \dots, x_n) = (y_1, \dots, y_n) \in E_{nv}(G) \subset R^n, \quad (5)$$

де  $n, r, v$  – визначені натуральні константи;  $R^n$  –  $n$ -вимірний арифметичний евклідовий простір;  $J_r = \{1, 2, \dots, r\}$  – множина перших  $r$  натуральних чисел;  $c_j, a_{ij}, b_i$  – задані дійсні числа  $\forall i \in J_r; \forall j \in J_n$ , а  $E_{nv}(G)$  – множина переставлень з повтореннями з елементів мультимножини  $G = \{g_1, \dots, g_n\}$ , основа  $S(G)$  якої має  $v$  елементів:  $|S(G)| = v$ .

У роботах [2–4] запропоновано метод комбінаторного відсікання для розв'язування задач (1)–(5). При цьому умова (5) замінюється в допоміжній задачі лінійного програмування (ДЗЛП) на умову належності точки  $x$  переставному многограннику  $\Pi_{nv}(G)$  – опуклій оболонці многогранника переставлень  $E_{nv}$ :

$$x \in \Pi_{nv}(G). \quad (6)$$

Множина точок, за якою проводиться відсікання визначається як многогранником в [2–4], що задається системою умов (3), (4), (6), так і нерівностями-відсіканнями, які приєднуються до ДЗЛП в ході розв'язування задачі (1)–(5).

У другому методі [5] запропоновано відсікання робити тільки на переставному многограннику, а перевірку умови  $x^* \in E_{nv}(G)$  об'єднати з перевіркою умови (3), (4).

У роботі пропонується модифікація другого методу комбінаторного відсікання за якою умова (6) належності опуклій оболонці многогранника переставлень замінюється умовою

$$x \in Q_i \bigcap_{i=1}^{\omega} \Pi_{nv}(G), \quad (7)$$

де півпростір  $Q_i$  описується нерівністю

$$\sum_{j=1}^i x_{\alpha_j} \geq \sum_{j=1}^i g_{\beta_j},$$

де  $\alpha_j, b_j \in J_n, \alpha_t \neq \alpha_j, \beta_t \neq \beta_j$  при  $t \neq j, t, j \in J_i, i \in J_{n-1}$  (згідно з теоремою 2.14 з [1]).  
Півпростори вибираються з умов належності їм переставлень з (5), які задовольняють (3), (4).

Зазначимо, що є задачі, для яких перший метод комбінаторного відсікання є частковим випадком запропонованої модифікації другого методу (наприклад, комбінаторна транспортна задача на множині переставлень).

Розглянемо модифікацію другого методу комбінаторного відсікання.

**Крок 1.** Розв'язуємо ДЗЛП (1), (2), (4), (7), цей розв'язок позначимо  $y^* = (y_1^*, \dots, y_n^*)$ , де  $(y_1^*, \dots, y_k^*) = x^*$ .

**Крок 2.** Перевіряємо умову, що точка  $y^* = (y_1^*, \dots, y_n^*)$  задовольняє співвідношенням (3), (4).

Якщо умови:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} y_j^* = b_i, \forall i \in J_r;$$

$$y_j^* \geq 0, \forall j \in J_n$$

виконалися, то вихідна задача (1)–(5) розв'язана. Алгоритм закінчує роботу. В іншому разі – перехід на крок 3.

**Крок 3.** Будуємо нерівність-відсікання точки  $y^*$ , як півпростір, що проходить через  $k-1$  сусідню вершину з найменшими значеннями цільової функції.

Додаємо відсікання до умов ДЗЛП. Переходимо на крок 1.

Обґрунтована правильність відсікання, тобто те, що  $y^*$  відсікається, а жодна допустима точка задачі (1)–(5) – ні.

**Висновки.** Запропоновано модифікацію другого методу комбінаторного відсікання в умовних повністю комбінаторних лінійних задачах на множині переставлень.

1. Стоян Ю.Г., Ємець О.О. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації. – К.: Інститут систематичних досліджень освіти, 1993. – 188 с.
2. Емец О.А. Об одном методе отсечений для задач комбинаторной оптимизации // Экономика и математические методы. – 1997. – Т. 33, вып. 4. – С. 120–129.
3. Стоян Ю.Г., Ємець О.О., Ємець Є.М. Оптимізація на полірозміщеннях: теорія та методи: Монографія. – Полтава: РВЦ ПУСКУ, 2005. – 103 с.
4. Емец О.А., Емец Е.М. Модификация метода комбинаторного отсеечения в задачах оптимизации на вершинно расположенных множествах // Кибернетика и системный анализ. – 2009. – № 5. – С. 129–136.
5. Ємець О.О., Ємець Є.М., Ольховський Д.М. Другий метод комбінаторного відсікання в задачах на переставленнях та його програмна реалізація // Інформатика та системні науки (ІСН-2010): матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції 18-20 березня 2010. – Полтава: РВВ ПУСКУ, 2010. – С. 58–60.