



**Українська Федерація Інформатики
Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України
Вищий навчальний заклад Укоопспілки
«ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЕКОНОМІКИ І ТОРГІВЛІ»
(ПУЕТ)**

ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН-2015)

**МАТЕРІАЛИ
VI ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ НАУКОВО-ПРАКТИЧНОЇ
КОНФЕРЕНЦІЇ ЗА МІЖНАРОДНОЮ УЧАСТЮ**

(м. Полтава, 19-21 березня 2015 року)

За редакцією професора О. О. Ємця

**Полтава
ПУЕТ
2015**

ОБ ОДНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ВСТРЕЧНЫМИ ПОТОКАМИ

С. А. Багирова

Бакинский государственный университет

aseva90@gmail.com

В настоящей работе исследуется следующая одноканальная система массового обслуживания (СМО) с встречными потоками (ВП) [1]. Система имеет склад ограниченного объема Q . В эту систему поступает пуассоновский поток расходующих заявок (p -заявки) с интенсивностью λ_p . Для простоты изложения, предположим, что каждая заявка потребует ресурс единичного размера. Отпуск ресурсов осуществляется через единственный канал системы. Время обслуживания p -заявок является экспоненциально распределенной случайной величиной с параметром μ_p . Система прекращает отпуск ресурсов независимо от длины очереди заявок, когда их уровень опускается до величины $q, 0 \leq q \leq Q - 1$. В этот момент система делает заказ на вышестоящий склад на поставку ресурсов; при этом с вероятностью α q, i поступают ресурсы объема $i, 1 \leq i \leq Q - q$. Сделанный заказ выполняется не мгновенно, а с некоторой задержкой, вызванной доставкой и выгрузкой ресурсов в склад данной системы, эта задержка распределена экспоненциально с параметром ν , который не зависит от объема поставки. Из-за технологических ограничений в период времени выгрузки ресурсов их отпуск заявкам прекращается.

Для простоты изложения здесь предполагается, что p -заявки, поступившие в момент, когда уровень ресурсов в складе равен q ожидают в очереди до поступления, также ожидают в очереди p -заявки, если до начала их обслуживания уровень запасов опустился до q . Максимальная длина очереди p -заявок может быть равна $N, N < \infty$. Иными словами, p -заявка поступившая в

момент, когда в системе уже имеются N таких заявок, независимо от уровня запасов ресурсов теряется с вероятностью 1.

Функционирование данной СМО с ВП описывается двумерной Марковской цепью (ЦМ) с состояниями вида m, n , где m - уровень ресурсов в складе, n - число p -заявок в системе. Фазовое пространство состояний (ФПС) этой МЦ определяется так:

$$S = m, n : m = q, q + 1, \dots, Q; n = 0, 1, \dots, N. \quad (1)$$

Интенсивность перехода из состояния $(m_1, n_1) \in S$ в состояние $m_2, n_2 \in S$ обозначим через $\theta_{m_1, n_1, m_2, n_2}$. Эти параметры составляют производящую матрицу изучаемой ЦМ цепи и определяются так:

$$\theta_{m_1, n_1, m_2, n_2} = \begin{cases} \lambda_p, & \text{если } m_2 = m_1, n_2 = n_1 + 1, n_1 \leq N - 1, \\ \mu_p, & \text{если } m_2 = m_1 - 1, n_2 = n_1 - 1, m_1 > q, n_1 > 0, \\ \nu \alpha_{q, i}, & \text{если } m_1 = q, m_2 = q + i, n_2 = n_1, i = 1, \dots, Q - q, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (2)$$

С учетом соотношений (2) можно показать, что в этой системе существует стационарный режим. Стационарную вероятность состояния $m, n \in S$ обозначается через $p_{m, n}$. На основе соотношений (2) составляется система уравнений равновесия (СУР) для этих вероятностей (из-за ограниченности объема работы явный вид этой СУР здесь не приводится).

После нахождения стационарных вероятностей состояний можно вычислить усредненные характеристик исследуемой СМО с ВП. Так, средняя длина очереди p -заявок L_{av} , средний уровень ресурсов в складе (Q_{av}) и вероятность потери p -заявок PB_p определяются из следующих формул:

$$L_{av} = \sum_{n=1}^N n \sum_{m=q}^Q p_{m, n} \quad (3)$$

$$Q_{av} = \sum_{m=q}^Q m \sum_{n=1}^N p_{m, n} \quad (4)$$

$$PB_p = \sum_{m=q}^Q p_{m, N}. \quad (5)$$

Предложенный здесь метод определения характеристик (3)-(5) изучаемой модели СМО с ВП является точным. Он является эффективным для применения в системах с умеренными

значениями объема склада и максимальной длины очереди p -заявок. Вместе с тем, в реальных системах указанные величины принимают достаточно большие значения, и в связи с этим размерность ФПС (1) становится чрезмерно большой. Это обстоятельство делает проблематичным точное вычисление стационарного распределения цепи. Поэтому приходится ограничиваться приближенными вычислениями стационарного распределения и характеристик системы. С этой целью можно использовать алгоритмы фазового укрупнения состояний двумерных цепей Маркова [2]. Эти задачи являются объектами исследования последующих публикаций.

Литература

1. Меликов А. З. Марковская модель процесса накопления в системах транспортно-складского типа // Электронное моделирование. – 1996 – Т.18, №6.

2. Ponomarenko L., Kim C. S., Melikov A. Performance analysis and optimization of multi-traffic on communication networks. Springer, 2010.