



**Українська Федерація Інформатики
Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України
Вищий навчальний заклад Укоопспілки
«ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЕКОНОМІКИ І ТОРГІВЛІ»
(ПУЕТ)**

ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН-2015)

**МАТЕРІАЛИ
VI ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ НАУКОВО-ПРАКТИЧНОЇ
КОНФЕРЕНЦІЇ ЗА МІЖНАРОДНОЮ УЧАСТЮ**

(м. Полтава, 19-21 березня 2015 року)

За редакцією професора О. О. Ємця

**Полтава
ПУЕТ
2015**

УДК 519.6+514.1

ІНТЕРВАЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧ РОЗМІЩЕННЯ

Л. Г. Євсєєва, к. ф.-м. н., доцент,

Ю. Ю. Глушко, викладач

Полтавське вище міжрегіональне професійне училище

lg.yevseeva@gmail.com

Через підвищені вимоги до точності одержаних результатів при розв'язанні оптимізаційних задач розміщення геометричних об'єктів [1] з урахуванням похибок наукову значущість набуває проблема створення методології інтервального математичного моделювання, тобто математичного моделювання на основі принципово нового підходу до математичного моделювання: використання інтервальної геометрії [2].

В дослідженні вперше введено інтервальні відображення, які задовольняють властивостям метрики і формують метричні інтервальні простори, розроблено конструктивні засоби математичного моделювання поверхонь евклідових просторів з урахуванням похибок в інтервальних просторах.

Розглянемо метричний інтервальний простір $(\mathbf{I}_s^3\mathbf{R}, \rho)$, $\rho: \mathbf{I}_s^6\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{I}_s\mathbf{R}$ – інтервальна чи евклідова метрика [3], визначено основні інтервальні поверхні.

Означення 1. Інтервальною квазілінійною гіперповерхнею назвемо поверхню, яка описується рівнянням

$$\langle A \rangle * \langle X \rangle + \langle B \rangle * \langle Y \rangle + \langle C \rangle * \langle Z \rangle + \langle D \rangle = \mathbf{0},$$

де $\langle A \rangle, \langle B \rangle, \langle C \rangle \notin \mathbf{I}_{s3}\mathbf{R}$ одночасно.

Означення 2. Інтервальною псевдоповерхнею назвемо поверхню, яка описується рівнянням

$$\varphi(a \cdot \langle X \rangle) + \langle B \rangle * \langle Y \rangle + \langle C \rangle * \langle Z \rangle + \langle D \rangle = \mathbf{0},$$

де $\langle D \rangle = \langle d, v_d \rangle \in \mathbf{I}_s\mathbf{R}$, $v_d = -a \cdot v_x - b \cdot v_y - c \cdot v_z$, $a, b, c \in \mathbf{R}^1$,

$$\mathbf{0} = \langle 0, 0 \rangle, \text{ оператор } \varphi(\lambda \cdot \langle X \rangle) = \begin{cases} \lambda \cdot \langle X \rangle, & \text{якщо } \lambda \geq 0 \\ \lambda \cdot \overline{\langle X \rangle}, & \text{якщо } \lambda < 0, \end{cases}$$

$\overline{\langle X \rangle} = \overline{\langle x, v_x \rangle} = \langle x, -v_x \rangle \in \mathbf{I}_s \mathbf{R}$ – спряження до $\langle X \rangle = \langle x, v_x \rangle \in \mathbf{I}_s \mathbf{R}$.

Означення 3. Інтервальною сферичною поверхнею назвемо поверхню, яка задається інтервальним рівнянням

$$\omega(\langle U \rangle) = \mathbf{0}, \quad (1)$$

$$\omega(\langle U \rangle) = \rho^2 (\langle U \rangle, \langle U_0 \rangle) - \overline{\langle R \rangle}^2,$$

$\langle U_0 \rangle = (\langle X_0 \rangle, \langle Y_0 \rangle, \langle Z_0 \rangle) \in \mathbf{I}_s^3 \mathbf{R}$, $\langle R \rangle \in \mathbf{I}_s \mathbf{R}$ – інтервальні центр і радіус інтервальної сфери, ρ – метрика в $\mathbf{I}_s^3 \mathbf{R}$.

Означення 4. Інтервальною торіодальною поверхнею назвемо поверхню, яка задається інтервальним рівнянням

$$(\mathbf{f}(\langle U \rangle) - \overline{\langle A \rangle})^2 + \langle Z \rangle^2 - \overline{\langle R \rangle}^2 = \mathbf{0}, \quad (2)$$

$$\sqrt{\mathbf{f}(\langle U \rangle) - \overline{\langle A \rangle}}^2 + \langle Z \rangle^2 - \overline{\langle R \rangle} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{f}(\langle U \rangle) = \sqrt{\langle X \rangle^2 + \langle Y \rangle^2}.$$

Конкретний вигляд інтервальних рівнянь інтервальних квазіповерхонь визначається відповідно до розбиття простору $\mathbf{I}_s^3 \mathbf{R}$ [3].

Введені інтервальні поверхні дають можливість подати математичну модель геометричного об'єкту евклідова простору, метричні характеристики і параметри розміщення яких задано з похибками, у вигляді інтервального геометричного об'єкту.

Так, інтервальну кулю $\mathbf{S} \subset \mathbf{I}_\rho^n \mathbf{R}$ з центром в точці $\langle U_0 \rangle$ інтервального радіуса $\langle R \rangle = \langle r, v_r \rangle \in \mathbf{I}_s \mathbf{R}$ можна подати як

$$\mathbf{S}(\langle U_0 \rangle, \langle R \rangle) = \text{int } \mathbf{S}(\langle U_0 \rangle, \langle R \rangle) \cup \text{fr } \mathbf{S}(\langle U_0 \rangle, \langle R \rangle),$$

$$\text{int } \mathbf{S}(\langle U_0 \rangle, \langle R \rangle) = \{ \langle U \rangle \in \mathbf{I}_\rho^3 \mathbf{R} \mid \chi(\langle U \rangle) = \langle \chi, v_\chi \rangle < \mathbf{0} \},$$

$$\text{fr } \mathbf{S}(\langle U_0 \rangle, \langle R \rangle) = \{ \langle U \rangle \in \mathbf{I}_\rho^3 \mathbf{R} \mid \chi(\langle U \rangle) = \langle \chi, v_\chi \rangle = \langle 0, v_\chi \rangle \} -$$

інтервальна межа інтервальної кулі, яка визначається (1).

Пропонуються конструктивні засоби математичного моделювання відношень інтервальних геометричних об'єктів, як подальший розвиток методу Φ -функцій Стояна, у вигляді повних класів інтервальних Φ -відображень та нормалізованих інтервальних Φ -відображень інтервальних геометричних об'єктів як засіб математичного моделювання відношень інтервального вкладення, інтервального не перетинання.

Як приклад, побудовано нормалізоване інтервальне Φ -відображення інтервального об'єкта $\mathbf{S}^*(\langle U_1 \rangle) = \text{int}(\mathbf{I}_3^3 \mathbf{R} \setminus \mathbf{S}) \cup \text{fr} \mathbf{S}$ та інтервального тора $\mathbf{T}(\langle U_2 \rangle)$, метричні характеристики яких $\mathbf{m}_1 = (\langle R_1 \rangle)$, $\mathbf{m}_2 = (\langle A \rangle, \langle R_2 \rangle)$ при умові $\langle A \rangle \geq \langle R_2 \rangle$, $\langle A \rangle + \langle R_2 \rangle \leq \langle R_1 \rangle$ у відповідності до відношення лінійного порядку в просторі $\mathbf{I}_3 \mathbf{R}$, виду

$$\begin{aligned}\tilde{\Phi}(\langle U_1 \rangle, \langle U_2 \rangle) &= \tilde{\chi}(\langle U_2 \rangle - \overline{\langle U_1 \rangle}) = \tilde{\chi}(\langle U \rangle), \\ \tilde{\chi}(\langle U \rangle) &= \langle R \rangle - \sqrt{(\mathbf{f}(\langle U \rangle) - \overline{\langle A \rangle})^2 + \langle Z \rangle^2}, \\ \mathbf{f}(\langle U \rangle) &= \sqrt{\langle X \rangle^2 + \langle Y \rangle^2}, \quad \langle U \rangle = \langle U_2 \rangle - \overline{\langle U_1 \rangle}.\end{aligned}$$

На основі поняття нормалізованого інтервального Φ -відображення умова розташування двох інтервальних об'єктів на мінімальному (ρ^-) і максимальному (ρ^+) допустимих інтервальних відстанях моделюється інтервальною нерівністю

$$\rho^- \leq \tilde{\Phi}(\langle U_1 \rangle, \langle U_2 \rangle) \leq \rho^+.$$

В доповіді пропонуються результати дослідження, що забезпечують вирішення важливої прикладної проблеми урахування похибок при моделюванні оптимізаційних задач геометричного проектування.

Література

1. Стоян Ю. Г. Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования / Ю. Г. Стоян, С. В. Яковлев. – Киев: Наук. думка, 1986. – 268 с.
2. Стоян Ю. Г. Метрическое пространство центрированных интервалов // Докл. НАН Украины. Сер. А. – 1996. – № 7. – С. 23–25.
3. L.Yevseeva Application of interval mathematical models of optimization placement problems of geometric objects / Eastern-European Journal of Enterprise Technologies Vol 1 NO 4 (73) (2015) p.18-26.