



Українська Федерація Інформатики
Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України
Вищий навчальний заклад Укоопспілки
«ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЕКОНОМІКИ І ТОРГІВЛІ»
(ПУЕТ)

ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН-2015)

МАТЕРІАЛИ
VI ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ НАУКОВО-ПРАКТИЧНОЇ
КОНФЕРЕНЦІЇ ЗА МІЖНАРОДНОЮ УЧАСТЮ

(м. Полтава, 19-21 березня 2015 року)

За редакцією професора О. О. Ємця

Полтава
ПУЕТ
2015

**ЗАСТОСУВАННЯ ВИРОБНИЧОЇ ФУНКЦІЇ В
ДОСЛІДЖЕННІ ЕКОНОМІКИ СІЛЬСЬКОГО
ГОСПОДАРСТВА**

М. В. Артюх,

*Українська інженерно – педагогічна академія
marhaa@mail.ru*

О. М. Литвин, д. ф.-м. н., професор

*Українська інженерно – педагогічна академія
academ_mail@ukr.net*

При дослідженні економічних показників сільського господарства України можливе використання виробничих функцій. Зокрема, виробничої функції Кобба – Дугласа [1]

$$Y = A \cdot L^\alpha \cdot K^\beta \quad (1)$$

де Y - обсяг продукції; K - основний капітал; L - робоча сила; α, β - коефіцієнти еластичності факторів виробництва. Ця функція має постійні коефіцієнти еластичності.

В даній доповіді розглянемо модифіковану виробничу функцію зі змінними коефіцієнтами еластичності, оскільки вона дає краще наближення.

Побудуємо математичну модель виробничої функції, в якій ВВП сільського господарства України залежить від основних та оборотних фондів та має частинні коефіцієнти еластичності, які є функціями від цих факторів.

Припустимо, що виробнича функція зображується в наступному вигляді:

$$Y(O, V, C_1, a, b) = e^{C_1} \cdot O^{f(O, V, a)} \cdot V^{g(O, V, b)}, \quad (2)$$

$$f(O, V, a) = \sum_{i=0}^M \sum_{m=0}^N a_{im} \varphi_i(O) \varphi_m(V); \quad (3)$$

$$g(O, V, b) = \sum_{i=0}^M \sum_{m=0}^N b_{im} \varphi_i(O) \varphi_m(V); \quad (4)$$

$$\varphi_i(O) = O^i; \quad \varphi_m(V) = V^m,$$

де Y - ВВП сільського господарства України, V - основні засоби сільського господарства, O - оборотні активи сільського господарства, C_1, a_{im}, b_{im} - невідомі параметри (коефіцієнти), M, N - параметри, покладемо $M = 1, N = 1$.

Теорема. Для знаходження невідомих C_1, a_{im}, b_{im} з умов

$$Y_p(O_p, V_p, C_1, a, b) = e^{C_1} \cdot O_p^{f(O_p, V_p, a)} \cdot V_p^{g(O_p, V_p, b)}, \quad (5)$$

методом найменших квадратів

$$j(C) = \sum_{p=1}^Q (\ln Y_p(O_p, V_p, C_1, a, b) - \ln Y_p)^2 \rightarrow \min_{A, a_{im}, b_{im}}$$

матриця невідомих коефіцієнтів $C = [C_1 \ a_{00} \ a_{10} \ a_{01} \ b_{00} \ b_{10} \ b_{01}]$ знаходиться за формулою:

$$C = (B \cdot B^T)^{-1} \cdot B \cdot Y1,$$

де B - матриця з Q рядками наступного вигляду:

$$B_p = [1 \ \ln O_p \ (\ln O_p)O_p \ (\ln O_p)V_p \ \ln V_p \ (\ln V_p)O_p \ (\ln V_p)V_p]^T$$

а $Y1_p = \ln Y_p$, $p = 1, Q$, що отримується, якщо

$$f(O, V, a) = a_{00} + a_{10}O + a_{01}V$$

$$g(O, V, b) = b_{00} + b_{10}O + b_{01}V.$$

Обчислювальний експеримент було проведено на основі даних сільського господарства України за період 2004 – 2013 р.р.. Після проведення обчислювального експерименту були отримані такі значення невідомих коефіцієнтів: $C_1 = 27,11$, $a_{00} = 3,366$, $a_{10} = 0,128$, $a_{01} = 0,023$, $b_{00} = -9,197$, $b_{10} = -0,166$, $b_{01} = 0,026$. Таким чином, отримали функцію:

$$Yz = e^{27,11} \times O^{3,366+0,128 \cdot O+0,023V} \times V^{-9,197-0,166 \cdot O+0,026V} \quad (6)$$

За цими ж даними знайдена виробнича функція зі сталими коефіцієнтами:

$$Yc = 3,78 \times O^{0,521} \times V^{0,326} \quad (7)$$

Для порівняння наведемо графіки обох функцій. На рис.1 зображено функцію зі змінними коефіцієнтами еластичності (6), на рис. 2 – функцію за сталими коефіцієнтами (7).

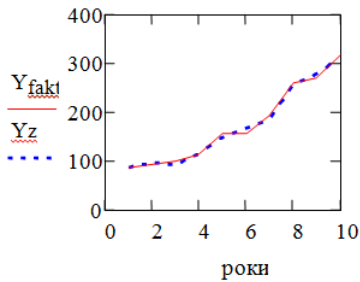


Рис. 1

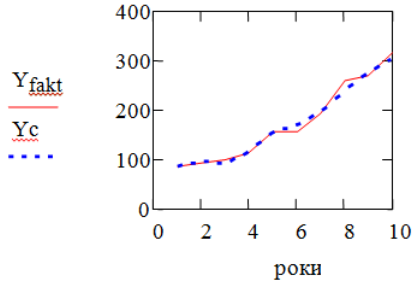


Рис. 2

На графіках бачимо, що виробнича функція зі змінними коефіцієнтами краще наближує функцію, ніж функція зі сталими коефіцієнтами.

Середньоквадратичне відхилення функції зі змінними коефіцієнтами – $\sigma_1 = 4,937$, середньоквадратичне відхилення функції зі сталими коефіцієнтами – $\sigma_2 = 8,556$.

Таким чином, гіпотеза про те, що функція зі змінними коефіцієнтами $f(O,V,a)$, $g(O,V,b)$ дає краще наближення підтверджується.

В доповіді розглядається виробнича функція зі змінними коефіцієнтами еластичності, що дає краще наближення ніж виробнича функція зі сталими коефіцієнтами.

Література

1. Cobb C.W., Douglas P.H. A Theory of Production //American Economic Review. – 1928. – December. – p. 139-165.
2. Артюх М.В., Литвин О.М. Виробнича функція зі змінними коефіцієнтами еластичності, побудована на основі даних Кобба – Дугласа // Вісник НТУ «ХПІ». Зб. Наук. праць. Тематичний випуск: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2012. - № 27. – С. 124 – 129.

3. Литвин О.М. Дивідріальні та мультигральні числення.
Монографія. – К.: Наук. думка, 2006. – 144 с.