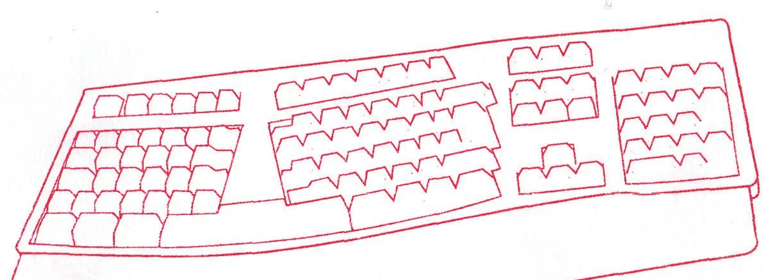
Вищий навчальний заклад Укоопспілки
«ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ЕКОНОМІКИ І ТОРГІВЛІ»
(ПУЕТ)

ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН-2013)

**Матеріали
IV Всеукраїнської
науково-практичної конференції**

(м. Полтава, 21—23 березня 2013 року)



ПОЛТАВА
ПУЕТ
2013

Національна академія наук України
Центральна спілка споживчих товариств України
Українська Федерація Інформатики

ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН-2013)

Матеріали IV Всеукраїнської науково-практичної конференції (м. Полтава, 21–23 березня 2013 року)

За редакцією професора Ємця О. О.

Полтава
ПУЕТ
2013

УДК 004+519.7
ББК 32.973я431
І-74

І-74 Інформатика та системні науки (ІСН-2013) : матеріали IV Всеукр. наук.-практ. конф., (м. Полтава, 21–23 берез. 2013 р.) / за ред. Ємця О. О. – Полтава : ПУЕТ, 2013. – 323 с.

ISBN 978-966-184-211-2

Збірник тез конференції містить сучасну проблематику в таких галузях інформатики та системних наук, як теоретичні основи інформатики і кібернетики, математичне моделювання і обчислювальні методи, математичне та програмне забезпечення обчислювальних машин і систем, системний аналіз і теорія оптимальних рішень. Представлено доповіді, що відображають проблеми сучасної підготовки фахівців з інформатики, прикладної математики, системного аналізу та комп'ютерних інформаційних технологій.

Збірка розрахована на фахівців з кібернетики, інформатики, системних наук.

УДК 004+519.7
ББК 32.973я431

Матеріали друкуються в авторській редакції мовами оригіналів.
За виклад, зміст і достовірність матеріалів відповідають автори.

ISBN 978-966-184-211-2

УДК 519.8

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ НЕЧЕТКИХ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ЧЕРЕЗ ИНТЕРВАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

О. А. Емец, *д.ф.-м.н., профессор;* ***А. О. Емец,*** *к.ф.-м.н., доцент*
ВУЗ Укоопсоюза «Полтавский университет экономики и торговли»
yemetsli@mail.ru, yemets2008@ukr.net

Учет неопределенности данных, которые используются в моделях систем, объектов, процессов и явлений, – сложная и актуальная проблема. Среди подходов к учету неопределенности популярным, в силу своей гибкости и адекватности, является использование аппарата нечетких множеств (см., в частности, [1-15]). При этом результатирующая характеристика предмета исследования представляется двояко: либо как набор нечетких чисел, либо как совокупность «обычных» чисел, полученная при обоснованном оперировании с нечеткими данным. Представление результатов тем или иным образом определяется как постановкой задачи, так и предметом исследования. Работ, посвященных обоим подходам, великое множество, поэтому ограничимся уже названными. Отметим, что в [9–14] полученный результат является нечетким набором (или их набором).

Среди задач, решаемых в условиях неопределенности, очевидно многие проблемы оперируют системами линейных уравнений с нечеткими данными (см., например, [16–17]). В указанных работах решение осуществляется с представлением результатов в двух названных видах. При этом используются нечеткие числа (а именно – гаусовские) с континуальным носителем. Это вынуждает авторов в первом случае (четком результате) использовать модальные значения нечетких чисел (т. е. производить практически их дефазификацию). Во втором случае (нечеткий результат) – это приводит авторов к использованию условных функций принадлежности или усреднению нечетких значений, что представляется адекватным далеко не во всех случаях использования систем уравнений с нечеткими параметрами.

Поэтому актуальным есть поиск и других подходов к решению систем линейных уравнений с нечеткими данными. В данной работе делается определенный шаг в этом направлении для получения четкого результат с использованием данных в виде дискретных нечетких чисел стандартизированного вида, к коим сводятся произвольные нечеткие числа.

Определение 1. Множество (нечеткое множество) пар $A=\{a \mid \mu(a); a\in[a_L,a_R], \mu\in[0,1]\}$ называем *нечетким числом.*

Определение 2. Множество пар $A=\{a_1 \mid \mu_1,..., a_n \mid \mu_n\}$ будем называть *дискретным нечетким числом*, если $a_i \in R^1 \quad \forall i=\overline{1,n}$; $\mu_i \in[0,1]$; $\mu_i > 0 \quad \forall i=2,...,n-1$. (или нечетким числом с дискретным носителем $a_1,...,a_n$). Будем обозначать $a_1=a_L$, $a_n=a_R$.

Определение 3. Множество пар $A=\{a \mid \mu(a), \forall a\in[a_L,a_R]\subset R^1, \mu(a)\in[0,1]\}$ будем называть *нечетким числом с континуальным носителем* $[a_L,a_R]$, *если* $\mu(a)>0 \quad \forall a\in(a_L,a_R)$.

Определение 4. Точку a, в которой $\mu(a)=1$, назовем *пиком* для нечеткого числа A.

Определение 5. Дискретное нечеткое число A будем называть *однопиковым*, если существует единственное i, $1\le i\le n$, такое, что $\mu_i=1$, а $\mu_1=\mu_n=0$. Будем обозначать при этом $a_i=a_M$.

Определение 6. Нечеткое число с континуальным носителем будем называть *однопиковым*, если существует единственная точка $a_M\in(a_L,a_R)$ такая, что $\mu(a_M)=1$, а $\mu(a_L)=\mu(a_R)=0$.

Определение 7. Множество чисел a, в множестве пар нечеткого числа A, для которых задано $\mu(a)$ называется *носителем*, в $\mu(a)$ – *функцией принадлежности нечеткого числа* A.

Определение 8. Нечеткое число A назовем *нормальным*, если для любых заданных в A элементах носителя a_i^L, a_j^L от a_L до

a_M $\mu\left(a_i^L\right) < \mu\left(a_j^L\right)$ $\forall a_i^L < a_j^L$ и для любых заданных элементов носителя a_i^R, a_j^R от a_M до a_R $\mu\left(a_i^R\right) > \mu\left(a_j^R\right)$ $\forall a_i^R < a_j^R$.

Определение 9. Нормальное однопиковое нечеткое число назовем *стандартным* (с континуальным или дискретным носителем).

Определение 10. *Стандартизированным* нечетким числом назовем дискретное нечеткое число вида $A = \{a_{L_0} \,|\, 0; a_{L_1} \,|\, 0,25; a_{L_2} \,|\, 0,5; a_{L_3} \,|\, 0,75;\ a_M \,|\, 1; a_{R_3} \,|\, 0,75;\ a_{R_2} \,|\, 0,5;$ $a_{R_1} \,|\, 0,25; a_{R_0} \,|\, 0\}$, где $a_{L_0} < a_{L_1} < a_{L_2} < a_{L_3} < a_M < a_{R_3} < a_{R_2} < a_{R_1} <$ $< a_{R_0}$. Это число можно задавать упорядоченной девяткой $A = \left(a_{L_0}, a_{L_1}, a_{L_2}, a_{L_3}, a_M, a_{R_3}, a_{R_2}, a_{R_1}, a_{R_0}\right) = (\underline{a}_0, \underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3, a_M, \overline{a}_3, \overline{a}_2,$ $\overline{a}_1, \overline{a}_0)$, $a_M = \underline{a}_4 = \overline{a}_4$.

Замечание 1. Получение стандартизованного нечеткого числа из стандартного с континуальным носителем осуществляется дискретизацией носителя в соответствии со значениями функции принадлежности (см. рис. 1).

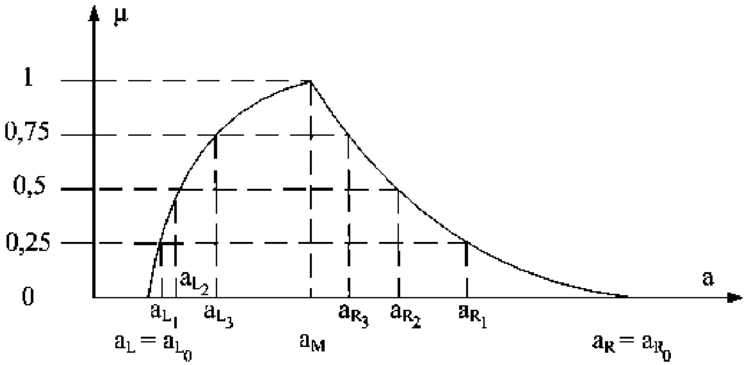


Рисунок 1 – Получение стандартизованного нечеткого числа

Отметим, что $\forall a \in \left[\underline{a}_4, \overline{a}_4\right]$ $\mu(a) = 1$; $\forall a \in \left[\underline{a}_3, \overline{a}_3\right]$ $0,75 \le \mu(a) \le 1$; $\forall a \in \left[\underline{a}_2, \overline{a}_2\right]$ $0,5 \le \mu(a) \le 1$; $\forall a \in \left[\underline{a}_1, \overline{a}_1\right]$

$\mu(a) \in [0{,}25; 1]$; $\forall a \in [\underline{a}_0, \overline{a}_0]$ $\mu(a) \in [0; 1]$, т. е. $\forall a \in [\underline{a}_i, \overline{a}_i]$ $\mu(a) \in \left[\frac{i}{4}; 1\right]$, $\forall i = 0, 1, 2, 3, 4$.

Замечание 2. Получение стандартизованного нечеткого числа из стандартного с дискретным носителем можно осуществить по методике, описанной в [18–19].

Замечание 3. Выбор 9 элементов в стандартизованном нечетком числе определяется теми же рассуждениями, что и выбор 9-ти уровней шкалы Саати [20].

Дальше в рамках этой статьи будем использовать стандартизованные нечеткие числа, поэтому слово стандартизованное будем опускать, если это не приводит к путанице.

Введем необходимые понятия интервальных матриц, следуя [21].

Пусть $\underline{A}$, $\overline{A}$ – две $m \times n$ матрицы, будем это обозначать $\underline{A}, \overline{A} \in R^{m \times n}$, $\underline{A} \leq \overline{A}$ (знаки $\leq, <$ для матриц (в том числе векторов) означают поэлементное сравнение, выполняющееся для всех элементов).

Определение 11. Множество матриц I_A $I_A = \left\{A \mid \underline{A} \leq A \leq \overline{A}\right\}$ называется *интервальной матрицей*. Будем использовать и другие обозначения $I_A = [\underline{A}, \overline{A}]$. Матрицы $\underline{A}$, $\overline{A}$ называются *нижней* и *верхней* (соответственно) *границами* интервальной матрицы I_A.

Определение 12. *Средней матрицей* интервальной матрицы I_A называется матрица:

$$A_c = \frac{1}{2}\left(\underline{A} + \overline{A}\right), \quad (1)$$

а *матрицей радиусов* интервальной матрицы I_A называется матрица:

$$\Delta = \frac{1}{2}\left(\overline{A} - \underline{A}\right). \quad (2)$$

Замечание 4. Матрица радиусов всегда имеет неотрицательные элементы:

$$\varDelta_{ij} \geq 0 \quad \forall i = \overline{1,m}\,; \ \forall j = \overline{1,n}\,.$$

Замечание 5. Согласно определению 12 (формулы (1), (2)) имеем:

$$\underline{A} = A_c - \varDelta\,; \ \overline{A} = A_c + \varDelta\,.$$

Так, что $I_A = \left[\underline{A}, \overline{A}\,\right] = \left[A_c - \varDelta, A_c + \varDelta\,\right]$ или

$$I_A = \left\{A \,\middle|\, |A - A_c| \leq \varDelta\right\},$$

где абсолютная величина матрицы $B = \left(b_{ij}\right) \in R^{m\times n}$ определяется как матрица $|B| = \left(|b_{ij}|\right) \in R^{m\times n}$.

Частным случаем интервальной матрицы является интервальный вектор, который можно рассматривать как вектор-столбец, т. е. как матрицу из $R^{m\times 1} = R^m$, – матрицу с одним столбцом.

Определение 13. *Интервальный вектор* – это интервальная матрица с одним столбцом.

Будем употреблять обозначения:

I_b – интервальный вектор-столбец;

$I_b = \left\{b \,|\, \underline{b} \leq b \leq \overline{b}\right\}$, где $\underline{b}, \overline{b} \in R^m$ – нижняя и верхняя границы для I_b;

$b_c = \frac{1}{2}\left(\underline{b} + \overline{b}\right)$ – средний вектор интервального вектора I_b;

$\delta = \frac{1}{2}\left(\overline{b} - \underline{b}\right)$ – вектор радиусов интервального вектора I_b;

$I_b = \left[\underline{b}, \overline{b}\,\right] = \left[b_c - \delta;\, b_c + \delta\right]$.

Определение 14. Назовем *нечеткой матрицей* $A^f \in R^{m\times n\times 5}$ 3-х мерную таблицу (матрицу, массив) с элементами a_{ijt} $i = 1,2,...,m$; $j = 1,2,...,n$; $t = 1,2,...,5$, где двумерная матрица

$I_A^t = \left(a_{ijt}\right) \in R^{m\times n}$, $t = const$ ($t \in \{1,2,...,5\}$), является интервальной матрицей вида:

$$I_A^t = \left[\underline{A}_t, \overline{A}_t\right],$$

где $\underline{A}_t = \left(\underline{a}_{ijt}\right) \in R^{m\times n}$, $\overline{A}_t = \left(\overline{a}_{ijt}\right) \in R^{m\times n}$, $t = 0,1,2,3,4$; a_{ij} – нечеткое стандартизированное число $a_{ij} = (\underline{a}_{ij0}, \underline{a}_{ij1}, \underline{a}_{ij2}, \underline{a}_{ij3}, a_{ij4}, \overline{a}_{ij3}, \overline{a}_{ij2}, \overline{a}_{ij1}, \overline{a}_{ij0})$, $a_{ij4} = \overline{a}_{ij4} = \underline{a}_{ij4}$, i – номер строки, j – номер столбца. Число t назовем номером слоя матрицы A^f; I_A^t – слоем t матрицы A^f, а матрицу A^f назовем *5-ти слойной.*

Если $A^f \in R^{m\times 1\times 5}$, то A^f называют нечетким *вектор-столбцом с m нечеткими координатами* и обозначают $b^f \in R^{m\times 5}$.

Пример. Пусть a стандартизированное нечеткое число: $a = \left(0,1,2,3,4,5,6,7,8\right)$, т. е. $a = (0\,|\,0;1\,|\,0,25;2\,|\,0,5;3\,|\,0,75;4\,|\,1; 5\,|\,0,75;6\,|\,0,5;\ 7\,|\,0,25;8\,|\,0)$. Рассмотрим одноэлементный нечеткий вектор (число) $A^f = \left(I_b^t\right)$, $t = 0, 1,..., 4$; $m = 1$; $n = 1$, где $I_b^0 = [0; 8]$, $I_b^1 = [1; 7]$, $I_b^2 = [2; 6]$, $I_b^3 = [3; 5]$, $I_b^4 = [4; 4]$. Тогда A^f – пятислойная матрица с одним столбцом и одной строкой (т. е. нечеткое число), т. е. $A^f = a$.

Замечание 6. Четкое число $A = \{a\,|\,1\}$ задается стандартизированным нечетким числом вида $A = \left(a, a, a, a, a, a, a, a, a\right)$, т. е. $\forall i = 1, 2, 3, 4$ $\underline{a}_i = \overline{a}_i = a_M = a$. В интервальном виде: число A задается матрицей $I_A^5 = \left(I_b^t\right)$, $t = 0, 1,..., 4$, где $I_b^0 = [a;\ a\ ] = I_b^1 = I_b^2 = I_b^3 = I_b^4$.

Определение 15. Под *нечеткой линейной системой уравнений:*

$$A^f x = b^f, \tag{3}$$

будем понимать совокупность пяти интервальных линейных систем [21]:

$$\left[\begin{array}{l} I_A^4 x = I_b^4\,; \\ I_A^3 x = I_b^3\,; \\ I_A^2 x = I_b^2\,;\,. \\ I_A^1 x = I_b^1\,; \\ I_A^0 x = I_b^0\,. \end{array}\right. \tag{4}$$

В связи с этим, напомним определения интервальных линейных систем.

Определение 16 [21]. Под *интервальной линейной системой уравнений:*

$$I_A x = I_b \tag{5}$$

понимают семейство всех систем линейных уравнений:

$$Ax = b\,, \tag{6}$$

где

$$A \in I_A\,;\; b \in I_b\,. \tag{7}$$

Теорема 1. Имеют место включения:

$$I_A^t \supset I_A^{t+1} \quad \forall t = 0,1,2,3\,.$$

$$I_b^t \supset I_b^{t+1} \quad \forall t = 0,1,2,3\,.$$

Доказательство. Справедливость утверждения следует из определений 10, 11, 13–16.

Следствие из теоремы 1. Для $\Delta^t = \frac{1}{2}\left(\overline{A}^t - \underline{A}^t\right)$ – матрицы радиусов интервальной матрицы I_A^t и $\delta^t = \frac{1}{2}\left(\overline{b}^t - \underline{b}^t\right)$ – вектора радиусов интервального вектора I_b^t, где I_A^t, I_b^t вводятся согласно определений 14, 15, имеют место неравенства:

$$\Delta^{t+1} < \Delta^t\,,\; \delta^{t+1} < \delta^t\,,\; t = 0,1,2,3\,.$$

Доказательство. Согласно определений 14, 16 и теоремы 1 имеем: $\underline{A}^t < \underline{A}^{t+1}$; $\overline{A}^{t+1} < \overline{A}^t$.

Согласно (2) $\Delta = \frac{1}{2}\left(\overline{A} - \underline{A}\right)$, т. е. $\Delta^t = \frac{1}{2}\left(\overline{A}^t - \underline{A}^t\right)$, $\Delta^{t+1} = \frac{1}{2}\left(\overline{A}^{t+1} - \underline{A}^{t+1}\right)$, откуда $\Delta^{t+1} < \Delta^t$ для $\forall t \in \{0,1,2,3\}$. Аналогично, согласно определения 13 $\delta = \frac{1}{2}\left(\overline{b} - \underline{b}\right)$, а из определений 14-16 и теоремы 1 имеем δ^t : $\underline{b}^t < \underline{b}^{t+1}$; $\overline{b}^{t+1} < \overline{b}^t$. Таким образом, $\delta^t = \frac{1}{2}\left(\overline{b}^t - \underline{b}^t\right)$, $\delta^{t+1} = \frac{1}{2}\left(\overline{b}^{t+1} - \underline{b}^{t+1}\right)$, что дает $\delta^{t+1} < \delta^t$, $t = 0,1,2,3$. Следствие доказано.

В докладе введено понятие нечеткой линейной системы уравнений как совокупности пяти специальных интервальных систем уравнений. Доказаны другие свойства нечетких систем.

Литература

1. Заде Л. А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений / Л. А. Заде. – М. : Мир, 1976. – 165 с.
2. Заде Л. А. Размытые множества и их применение в распознавании образов и кластер-анализе. В сб.: Классификация и кластер / Л. А. Заде. – М. : Мир, 1980. – С. 208–247.
3. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств / А. Кофман. – М. : Радио и связь, 1982. – 432 с.
4. Кофман А. Введение теории нечетких множеств в управлении предприятиями / А. Кофман, Алуха Х. Хил. – Минск : Вышэйшая школа, 1992. –200 с.
5. Сергиенко И. В. Применение понятий размытой математики для формализации и решения комбинаторных оптимизационных задач / И. В. Сергиенко, М. Ф. Каспшицкая // Кибернетика и системный анализ. – 1995. – № 2. – С. 158–162.
6. Сергиенко И. В. Об одной нечеткой задаче многопараметрического выбора оптимальных решений / И. В. Сергиенко, И. Н. Парасюк, М. Ф. Каспшицкая // Кибернетика и системный анализ. – 2003. – № 2. – С. 3–15.

7. Парасюк И. Н. О трансформациях нечетких графов, задаваемых FD-граматиками / И. Н. Парасюк, С. В. Ершов // Кибернетика и системный анализ. – 2007. – № 2. – С. 129–146.
8. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / под ред. Д. А. Поспелова. – М. : Наука, 1986. – 312 с.
9. Ємець О. О. Розв'язування задач комбінаторної оптимізації на нечітких множинах: монографія / О. О. Ємець, Ол-ра О. Ємець – Полтава : ПУЕТ, 2011. – 239 с. – Режим доступу : http://dspace.uccu.org.ua/handle/123456789/352.
10. Ємець О. О. Операції та відношення над нечіткими числами / О. О. Ємець, Ол-ра О. Ємець // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2008. – № 5. – С. 39–46.
11. Ємець О. О. Побудова математичної моделі однієї комбінаторної задачі упакування прямокутників з нечіткими розмірами / О. О. Ємець, Ол-ра О. Ємець // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2008. – № 6. – С. 25–33.
12. Донец Г. А. Постановка и решение задачи о рюкзаке с нечеткими данными / Г. А. Донец, А. О. Емец // Проблемы управления и информатики. – 2009. – № 5. – С. 65–76.
13. Емец О. А. Операции над нечеткими числами с носителем мощности континуум для моделирования в комбинаторной оптимизации / О. А. Емец, Т. А. Парфенова // Проблемы управления и информатики. – 2010. – № 2. – С. 86–101.
14. Емец О. А. Метод ветвей и границ для задач оптимизации на нечетких множествах / О. А. Емец, А. О. Емец, Т. А. Парфенова // Проблемы управления и информатики. – 2013. – № 2.
15. Зайченко Ю. П. Исследование операций: Нечеткая оптимизация : учеб. пособие / Ю. П. Зайченко. – К. : Выща шк., 1991. – 191 с.
16. Серая О. В. Решение систем линейных алгебраических уравнений с нечетко заданными параметрами / О. В. Серая, Л. Г. Раскин // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н. Е. Жуковского «ХАИ». – Вып. 31. – Х., 2006. – С. 233–241.

17. Раскин Л. Г. Нечеткая математичка. Основы теории. Приложения / Л. Г. Раскин, О. В. Серая. – Х. : Парус, 2008. – 352 с.
18. Емец О. А. Редукция нечетких чисел с дискретным носителем / О. А. Емец, А. О. Емец // Материалы Международной научной конференции «Интеллектуальные системы принятия решений и проблемы вычислительного интеллекта (ISDMCI '2012)», (Евпатория, 27–31 2012 г.). – Херсон, ХНТУ, 2012. – С. 361–362.
19. Iemets O. O. About the Problem of Growing of a Discrete Fuzzy Number Carrier during Algebraic Operations. / O. O. Iemets, O. O. Yemets` // XX International Conference Problems of Decision Making under Uncertainties: Abstracts, September 17–21, 2012, Brno, Czech Republic. – Kyiv. – P. 117–124.
20. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т. Саати ; пер. с англ. – М. : Радио и связь, 1993. – 320 с.
21. Фидлер М. Задачи линейной оптимизации с неточными данными / М. Фидлер, Й. Недома, Я. Рамик, И. Рон, К. Циммерманн. – М. – Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Ин-т компьютерных исследований, 2008. – 288 с.

УДК 519.8

О ГЕНЕТИЧЕСКОМ АЛГОРИТМЕ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ НА ПЕРЕСТАНОВКАХ

О. А. Емец, *д.ф.-м.н., профессор;* ***Е. М. Емец,*** *к.ф.-м.н., доцент;*
П. С. Штомпель, *аспирант*
ВУЗ Укоопсоюза «Полтавский университет экономики и торговли»

Комбинаторная оптимизация – быстро развивающийся раздел теории оптимизации (см., например, [1–9]). Большое количество задач комбинаторной оптимизации, как правило, решаются неполиномиальными алгоритмами, что ограничивает размерности практически решаемых задач. Поэтому значительные усилия исследователей направлены на получение приемлемых приближенных решений, разработке приближенных методов и алгоритмов. Идейная база приближенных подходов для решения