

ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЕКОНОМІКИ І ТОРГІВЛІ
Навчально-науковий інститут денної освіти
Форма навчання денна
Кафедра комп'ютерних наук та інформаційних технологій

Допускається до захисту
Завідувач кафедри
_____ Олена ОЛЬХОВСЬКА
(підпис)
«_____» _____ 2024 р.

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на тему
**«РОЗРОБКА НАВЧАЛЬНОГО ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ З ТЕМИ
«РІВНЯННЯ ТА СИСТЕМИ РІВНЯНЬ» ШКІЛЬНОГО КУРСУ
МАТЕМАТИКИ»**

зі спеціальності 122 «Комп'ютерні науки»
освітня програма «Комп'ютерні науки»
ступеня магістра

Виконавець роботи Дзюба Олександр Петрович

_____ «___» _____ 2024 р.
(підпис)

Науковий керівник к., ф.-м. н., доц., Черненко Оксана Олексіївна

_____ «___» _____ 2024 р.
(підпис)

Рецензент

ПОЛТАВА 2024

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ	3
ВСТУП.....	4
1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ.....	6
2. ІНФОРМАЦІЙНИЙ ОГЛЯД.....	8
2.1. Переваги та недоліки дистанційного навчання	8
2.2. Огляд робіт з аналогічними завданнями та реалізацією	14
2.3. Переваги та труднощі у використанні оглянутих програм.....	17
2.4. Необхідність та актуальність теми роботи.....	20
3. ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА	21
3.1. Опис матеріалу з теми	21
3.2. Опис структури посібника	26
3.3. Алгоритм роботи навчального тренажера.....	27
3.4. Блок-схема програми-тренажера	56
3.5. Обґрунтування вибору мови програмування	58
4. ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА	63
4.1. Опис розробки програмного забезпечення тренажера.....	63
4.2. Опис роботи навчального тренажера	71
ВИСНОВКИ.....	80
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	82
ДОДАТОК А. КОД ПРОГРАМИ.....	85

**ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, СКОРОЧЕНЬ І
ТЕРМІНІВ**

Умовні позначення, символи, скорочення, терміни	Пояснення умовних позначень, скорочень, символів
ЕОР	Електронні освітні ресурси
ЕОІР	Електронний освітній ігровий ресурс
ОДЗ	Область допустимих значень

ВСТУП

Сучасний рівень розвитку інформаційних і комунікаційних технологій, додаючи небачений динамізм розвитку суспільства, створює передумови для формування глобальної системи дистанційної освіти, відкритого інформаційного середовища з можливістю вільного, без меж та національних контекстів розповсюдження знань та інформації.

Інноваційні технології навчання, що постійно розвиваються, зокрема дистанційного навчання, у сукупності з іншими чинниками призвели до виникнення та широкого розповсюдження нової форми здобування освіти – дистанційної освіти.

Дистанційне навчання потребує забезпечення постійної комунікації та зворотного зв'язку усіх учасників навчального процесу. Навчальний матеріал має пояснюватися за допомогою цифрових технологій, тому сучасні методики навчання стрімко розвиваються. Використання комп'ютерних технологій сприяє удосконаленню системи освіти та забезпеченню якісно нового її рівня.

Організація якісного масового дистанційного навчання – складний і багатофакторний процес, який зараз знаходиться лише на початку становлення. Але кропітка систематична робота щодо впровадження технологій дистанційного навчання в освітній процес допоможе згодом досягти позитивних результатів.

Таким чином одне із завдань системи освіти в сучасному суспільстві – забезпечити кожній людині вільний і відкритий доступ до освіти впродовж усього його життя, з урахуванням його інтересів, здібностей і потреб.

Метою роботи є проєктування та розробка навчального програмного забезпечення з теми «Рівняння та системи рівнянь» шкільного курсу математики.

Об'єктом розробки цієї роботи є програмне забезпечення для вивчення математичних дисциплін.

Предметом розробки є навчальний посібник-тренажер з теми «Рівняння та системи рівнянь».

Методи, які були використані при розробці. Перелік використаних методів полягає у застосуванні сучасної мови програмування, яка допоможе реалізувати програмне забезпечення, а також математичні методи розв’язування рівнянь та системи рівнянь.

Новизною даної роботи є створення навчального посібника-тренажера з теми «Рівняння та системи рівнянь» шкільного курсу математики.

Практична значимість роботи полягає в створенні програмного забезпечення з теми «Рівняння та системи рівнянь» для учнів середніх закладів освіти. Розроблене програмне забезпечення буде корисно використовувати учителями математики, репетиторам, а також учнями, які вивчають шкільний курс навчальної дисципліни «Алгебра» в школі або дистанційно. Програмне забезпечення впроваджене у навчальний процес.

Пояснювальна записка до кваліфікаційної роботи складається з чотирьох розділів. Перший розділ містить постановку задачі. Другий розділ розкриває інформаційний аналіз, в якому детально описано переваги та недоліки дистанційного навчання, огляд робіт з аналогічними завданнями та реалізацією, переваги та труднощі у використанні оглянутих програм, необхідність та актуальність теми. Третій розділ має більш детально описаний огляд на матеріал теми, структуру посібника, алгоритму роботи навчального тренажера, блок-схему програми-тренажера, обґрунтування вибору мови програмування. У четвертому розділі викладено: опис розробки програмного забезпечення тренажера та опис роботи навчального тренажера.

Обсяг пояснювальної записки до кваліфікаційної роботи складає: 103 сторінки, в тому числі з яких: основна частина – 84 сторінок та 19 сторінок додатка, літературних джерел – 24 назв, рисунків – 39, блок-схем – 2 сторінки.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Задачею кваліфікаційної роботи є проектування та розробка навчального програмного забезпечення з теми «Рівняння та системи рівнянь» шкільного курсу математики.

Для виконання задачі поставимо основні завдання кваліфікаційної роботи:

- Розглянути переваги та недоліки дистанційного навчання.
- Зробити огляд і проаналізувати наявні роботи з аналогічним завданням та реалізацією. Виокремити переваги та труднощі у використанні оглянутих програмних продуктах.
- Розглянути теоретичний матеріал з теми «Рівняння та системи рівнянь». Виокремити основний матеріал на основі якого буде розроблено алгоритм програми-тренажера.
- Розробити та описати структуру навчального посібника.
- Розробити алгоритм роботи навчального посібника з теми «Рівняння та системи рівнянь» відповідно до розробленої структури.
- Розробити блок-схему, яка відповідає алгоритму роботи тренажера.
- Обґрунтувати вибір мови програмування для розробки програмного забезпечення.
- Описати процеси розробки програмного забезпечення тренажера.
- Описати безпосередню роботу інтерактивного навчального тренажера.

Для розробки навчального програмного забезпечення висунемо деякі вимоги:

Розроблений навчальний посібник повинен вдосконалити знання з теми «Рівняння та системи рівнянь» з допомогою великої кількості теоретичного матеріалу, тому одним із головним завданням є розробка декількох блоків.

В теоретичний матеріал додати типові приклади, які будуть ознайомлювати користувача з алгоритмом розв'язку завдання для успішного складання іспиту.

В практичній частині для закріплення теоретичного матеріалу додати завдання у вигляді тестування та у вигляді самостійного розв'язку типових прикладів з теми.

Розробити підказки, які допоможуть проаналізувати свої помилки та виправити їх.

Розробити повідомлення з інформацією про те які теми треба вдосконалити, щоб не було допущеними помилки знов.

1. ІНФОРМАЦІЙНИЙ ОГЛЯД

1.1. Переваги та недоліки дистанційного навчання

Сучасному суспільству потрібна масова якісна освіта, яка зможе забезпечити посталі вимоги її споживачів. Проте, досягнути такого рівня через збільшення виділення фінансових ресурсів чи відкриття нових навчальних закладів не в змозі навіть країни першого світу. Тому поява дистанційного навчання – це закономірний етап розвитку та адаптації нашої освіти до сучасних умов.

На даному етапі життя людство зіткнулося з небезпечним вірусом COVID-19 та сусідом-агресором, через це 16 жовтня 2020 року, набуло чинності Положення про дистанційну форму здобуття повної загальної освіти.

Положення розширює можливості для дистанційного навчання учнів – як за дистанційною формою здобуття освіти, так і при використанні технологій дистанційного навчання в інших формах здобуття освіти.

Дистанційне навчання – організація освітнього процесу (за дистанційною формою здобуття освіти або шляхом використання технологій дистанційного навчання в різних формах здобуття освіти) в умовах віддаленості один від одного його учасників та їх як правило опосередкованої взаємодії в освітньому середовищі, яке функціонує на базі сучасних освітніх, інформаційно-комунікаційних (цифрових) технологій.

Технології дистанційного навчання під час організації здобування освіти за різними формами можуть використовувати для:

- 1) забезпечення вивчення окремих навчальних предметів (інтегрованих курсів) або їх окремих тем, впровадження профільного навчання;
- 2) забезпечення проведення окремих навчальних занять і консультацій, оцінювання результатів навчання учнів;
- 3) забезпечення проведення додаткових індивідуальних та/або групових консультацій та/або занять для учнів із навчальних предметів, з яких

проводиться державна підсумкова атестація на відповідному рівні повної загальної середньої освіти, та з яких рівень досягнутих результатів навчання менше середнього рівня результатів навчання учнів відповідного року навчання у відповідному закладі освіти;

4) реалізація індивідуальної освітньої траєкторії учнів відповідно до їх здібностей, інтересів, потреб, мотивації, можливостей та досвіду;

5) забезпечення освітнього процесу під час надзвичайних ситуацій природного та техногенного походження, карантину (застосування протиепідемічних заходів), збройного конфлікту, введення воєнного стану, інших обставин, які об'єктивно унеможливають відвідування закладів освіти;

6) забезпечення проведення (надання) додаткових психолого-педагогічних і корекційно-розвиткових занять (послуг) для осіб з особливими освітніми потребами (під час надзвичайних обставин, а також у разі відсутності фахівців із проведення (надання) таких занять (послуг) із числа працівників закладу освіти і неможливість організувати проведення (надання) таких занять (послуг) залученими фахівцями в населеному пункті, де проживає учень).

Навчально-методичне забезпечення дистанційного навчання включає:

- Рекомендації щодо організації дистанційного навчання в закладах освіти.
- Змістовне, дидактичне та методичне наповнення електронних освітніх ресурсів з навчальних предметів (інтегрованих курсів).

Системотехнічне забезпечення дистанційного навчання в закладі освіти включає:

- апаратні засоби (персональні комп'ютери, мережеве обладнання, джерела безперебійного живлення, сервери, обладнання для відеоконференціях зв'язку тощо), що забезпечують розроблення, накопичення та ефективне використання електронних освітніх ресурсів, управління освітнім процесом та навчальну взаємодію між суб'єктами дистанційного навчання у синхронному та асинхронному режимах;

- інформаційно-комунікаційне забезпечення із пропускнуою здатністю каналів, що надає суб'єктам дистанційного навчання цілодобовий доступ до електронних освітніх ресурсів для реалізації освітнього процесу в синхронному та асинхронному режимах;

- програмне забезпечення загального та спеціального призначення (у тому числі для осіб з особливими потребами), яке має бути ліцензійним або побудованим на програмних продуктах з відкритими кодами;

- технічна/сервісна підтримка для забезпечення безперервної роботи платформи дистанційного навчання, що надається фахівцями у сфері цифрових технологій;

електронні освітні ресурси з навчальних предметів (інтегрованих курсів), що необхідні для забезпечення дистанційного навчання [1]. Види електронних освітніх ресурсів:

1. За функціональною ознакою ЕОР в освітньому процесі поділяють на:

- електронні навчальні видання (електронна версія (копія, аналог) друкованого підручника, електронний підручник, електронний практикум, електронна хрестоматія, електронний курс лекцій, електронний навчальний посібник, ЕОІР тощо);

- електронні довідкові видання (електронний довідник, електронна енциклопедія, електронний словник тощо);

- електронні практичні видання (збірник віртуальних лабораторних робіт, електронні методичні рекомендації, електронний робочий зошит тощо).

2. За наявністю друкованої версії ЕОР поділяють на:

- електронні версії (копії, аналоги) друкованих видань;
- самостійні електронні видання або матеріали, що не мають друкованих аналогів.

3. Організаційно-допоміжні ЕОР, які можуть входити до складу основних ЕОР або публікуватися самостійно:

- аудіовізуальний твір;
- електронний довідник;

- електронний словник;
- електронні методичні рекомендації;
- електронні тести;
- електронні дидактичні демонстраційні матеріали тощо.

Загальні вимоги до ЕОР:

- функціональність;
- безпечність;
- надійність функціонування;
- зручність використання для користувача;
- крос-платформність.

Електронний навчальний посібник може містити:

- теоретичний матеріал з його систематизованим викладенням, що відповідає навчальній програмі;

- контрольні запитання до кожної теми;
- практико-орієнтовані компетентнісні завдання різних рівнів складності;

- тестові завдання;
- словник;
- список основної та додаткової літератури тощо.

ЕОІР може містити:

- теоретичну та практичну частину, що відповідають навчальній програмі;

- практико-орієнтовані компетентнісні завдання різних рівнів складності, подані в ігровій формі;

- інтерактивні елементи;
- тестові завдання тощо [2].

Проте, як виявилось, така система освіти має значний ряд переваг і не менший список недоліків (таблиця 1), яких потрібно усунути для її покращення [3].

Таблиця 1 – Дистанційне навчання у школі: переваги і недоліки

№	Перевага (+)	Недолік (-)
1	Відсутність жорстоких рамок і вимог присутності на заняттях.	Відсутність безпосереднього контакту із викладачем.
2	Самостійна організація часу.	Обов'язковість і необхідність великої самодисципліни
3	Унікальна можливість підлаштовувати темп навчання під себе.	Батьки – контрол-фріки.
4	Необмежений доступ до дидактичних матеріалів.	Відсутність магії навчального процесу, живого спілкування.
5	Відсутність витрат на транспорт.	Необхідність постійно витрачати кошти на засоби зв'язку.
6	Використання особистісно орієнтованого підходу на всіх етапах навчання.	Відсутність певних навичок володіння сучасними технологіями.
7	Можливість знаходитись у будь-якому місці.	Не завжди якісний зв'язок.
8	Можливість обирати зручний темп навчання.	Інколи одночасна перенасиченість кількістю завдань, ліміт часу.
9	Використання сучасних інформаційних телекомунікаційних технологій за умови територіальної віддаленості викладача та учня.	Відсутність належного технічного обладнання та програмного забезпечення.
10	Синхронний та асинхронний режим взаємодії учасників навчального процесу: вчитель – учень, учень – учень, учень – навчальна група.	Домашня атмосфера не завжди сприяє ефективному навчанню та запам'ятовуванню.

№	Перевага (+)	Недолік (-)
11	До матеріалу, викладеного в онлайн-форматі, можна повернутись у будь-який час, щоб освіжити в пам'яті конкретні дані, факти, правила.	Втрачається концентрація та увага.
12	Комунікація проходить заочно.	Відсутній прямий контакт між учасниками навчального процесу.
13	Вивчення нових засобів зв'язку для викладання навчального матеріалу.	Невміння користуватися технічними засобами зв'язку учасників навчального процесу.
14	Зниження психічного та фізичного навантаження.	Відсутність соціалізації й приналежності до ком'юніті.
15	Навички самоосвіти. Вчимося вчитися.	Гаджетизація життя, недотримання правил академічної доброчесності.
16	Оцінки тепер об'єктивні електронній системі претензій не поставиш, можна одразу побачити статистику.	В онлайн здебільшого не існує практики, звідси прогалини в освіті.
17	Творчий підхід до організації навчально-виховної діяльності.	Не розроблена єдина технологія переходу з офлайн в онлайн, відсутня деталізована методологія дистанційного навчання.
18	Постійна самоосвіта, підвищення фаху.	Небажання та ухиляння деяких здобувачів освіти від отримання певних компетентностей, втрата інтересу та мотивації до навчання.

Отже, через постійний розвиток і вдосконалення інформаційних технологій стає актуальною модернізація сучасної системи освіти. Основною силою модернізації освіти є організація дистанційного навчання, яка забезпечує можливість реалізувати право осіб на якісну та доступну освіту відповідно до їх

здібностей, інтересів, потреб, мотивації, можливостей та досвіду, незалежно від віку, місця проживання чи перебування, стану здоров'я, інвалідності, соціального і майнового стану, інших ознак і обставин, у тому числі тих, які об'єктивно унеможливають відвідування закладів освіти.

1.2. Огляд робіт з аналогічними завданнями та реалізацією

Для розробки власного навчального посібника у вигляді програми-тренажера, необхідно провести аналіз та огляд робіт з аналогічними завданнями та реалізацією. На просторах Інтернету було обрано декілька таких варіантів навчальних тренажерів.

При проведенні інформаційного аналізу, першим проаналізованим онлайн тренажер з теми «Рівняння з однією змінною» (рис. 2.1) [12].

Рівняння

☒ Послідовно ☐ 1 рівень ☐ 2 рівень

Розпочати

Очки:
Помилки:

Ваша відповідь

7	8	9	—
4	5	6	OK
1	2	3	
0	<--	C	

Рисунок 2.1 – Онлайн тренажер з теми «Рівняння з однією змінною»

Наступним було розглянуто онлайн тренажер з теми «Розв’язування систем двох лінійних рівнянь» (рис. 2.2) [13].

The image shows a web-based interface for solving systems of two linear equations. At the top, there is a green button labeled "Розпочати" (Start). Below it, there are labels for "Очки:" (Points) and "Помилки:" (Errors). The main instruction is "Розв'яжіть систему рівнянь:" (Solve the system of equations:). Underneath, the section "Ваша відповідь" (Your answer) contains two radio buttons: one for "x=" and one for "y=". At the bottom, there is a numeric keypad with buttons for digits 1 through 9, 0, a minus sign, and a plus/minus sign.

Рисунок 2.2 – Онлайн тренажер з теми «Розв’язування систем двох лінійних рівнянь»

Для аналізу було взято також навчальний посібник з теми «Функції, їх графіки та властивості» (рис. 2.3) [14].

При аналізі на просторах Інтернету було знайдено онлайн тестування з теми «Квадратні рівняння. Дискримінант» (рис. 2.4) [15].

При пошуках робіт з аналогічним завданням було знайдено онлайн тестування з теми «Повторення вивченого у 7 класі. Лінійні рівняння з однією змінною» (рис. 2.5) [16].

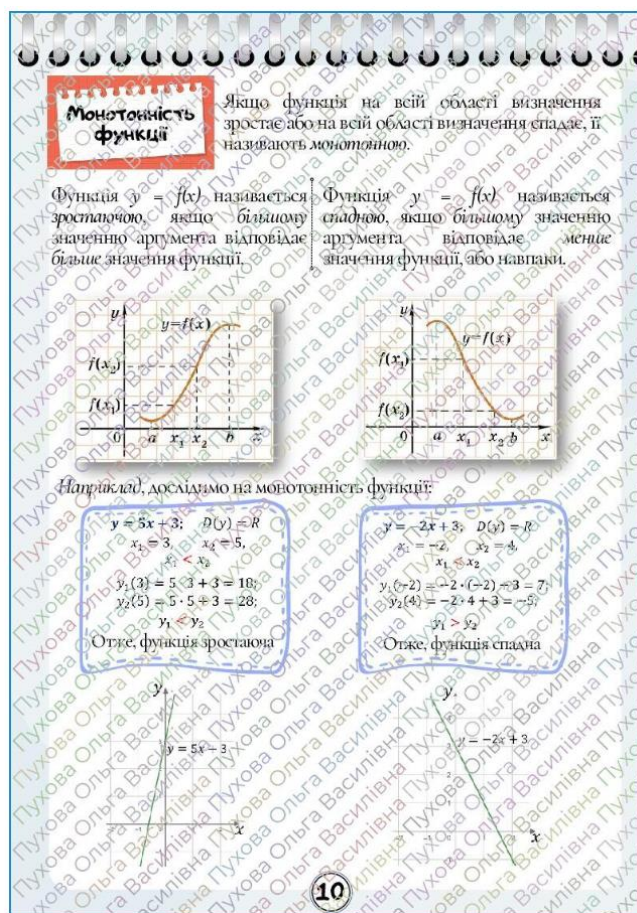


Рисунок 2.3 – Навчальний посібник з теми «Функції, їх графіки та властивості»

8 запитань

Запитання 1

Скільки різних коренів має квадратне рівняння якщо дискримінант дорівнює -3

варіанти відповідей

☐ 3 ☐ 2

☐ не має коренів ☐ 1

Запитання 2

Скільки різних коренів має квадратне рівняння, якщо дискримінант дорівнює 0

варіанти відповідей

☐ не має коренів ☐ 2

☐ 1 ☐ два корені однакові

Рисунок 2.4 – Онлайн тестування з теми «Квадратні рівняння. Дискримінант»

9 запитань

Запитання 1

Скільки коренів має рівняння $0x = -2$?

варіанти відповідей

☐ жодного ☐ один

☐ два ☐ безліч

Запитання 2

Коренем рівняння $3x = 24$ є число

варіанти відповідей

☐ $x = 24$ ☐ $x = 8$

☐ $x = 3$ ☐ $x = 1$

Рисунок 2.5 – Онлайн тестування з теми «Повторення вивченого у 7 класі.
Лінійні рівняння з однією змінною»

1.3. Переваги та труднощі у використанні оглянутих програм

Онлайн тренажер з теми «Рівняння з однією змінною»[12] має наступний ряд переваг:

1. Онлайн тренажер містить декілька рівнів завдань, які можна запускати послідовно або ж окремо 1 рівень, 2 рівень.
2. Не потрібен потужний персональний комп'ютер.
3. Користувач бачить кількість помилок та отриманих позитивних балів.
4. Одразу показується чи вірна ведена відповідь, чи ні.

Також було виявлено наступний ряд недоліків:

1. Не завжди є доступ до мережі Інтернет, що не дає змоги завантажити онлайн тренажер.
2. Занадто простий дизайн, який можна було вдосконалити для того, щоб користувач повертався знову і знову.

3. Якщо зробив помилку, то віднімається від кількості отриманих позитивних балів, хоча кількість помилок пишеться окремо.

4. Можна достроково завершити розв'язки прикладів.

5. Немає підказок з поясненням, якщо допущено помилку для її виправлення в майбутньому та аналізу.

Для онлайн тренажера з теми «Розв'язування систем двох лінійних рівнянь» [13] було виявлено наступні переваги:

1. Не потрібен потужний персональний комп'ютер.

2. Користувач бачить кількість помилок та отриманих позитивних балів.

3. Одразу показується чи вірна ведена відповідь, чи ні.

Також було виявлено наступні недоліки:

1. Немає різноманітності в розв'язувальних прикладах, вони всі схожі один на одного.

2. Немає підказок з поясненням, якщо допущено помилку для її виправлення в майбутньому.

3. Можна достроково завершити розв'язки прикладів.

4. Для того щоб відповісти чому дорівнює друге значення, необхідно кожен раз перемикати та робити зайві рухи.

5. Помилка зараховується на кожне значення.

6. Поки не буде вірної відповіді неможливо перейти на наступний крок.

7. Занадто простий дизайн, який можна було вдосконалити для того, щоб користувач повертався знову і знову.

8. Не завжди є доступ до мережі Інтернет, що не дає змоги завантажити онлайн тренажер.

При аналізі навчального посібника з теми «Функції, їх графіки та властивості» [14] виявлені наступні переваги:

1. Матеріал викладений в логічній послідовності.

2. Є зразки розв'язування типових вправ та прикладів.

3. Підібрані вправи для відпрацювання практичних навичок.

Навчальний посібник містить наступні недоліки:

1. Немає самого тренажера, тобто є лише тільки зразки типових прикладів та завдання для самостійного розв'язку.

2. Навчальний посібник лише навчає але не перевіряє засвоєні знання.

3. Немає підказок до прикладів.

При аналізі онлайн тестування з теми «Квадратні рівняння. Дискримінант» [15] було виявлені наступні позитивні аспекти:

1. Присутні питання як на теоретичну перевірку, так і на практичне рішення прикладів.

2. Не потребує потужної техніки.

3. Зрозумілий дизайн в якому важко помилково натиснути щось не те.

Було також виявлено негативні аспекти:

1. Мала кількість розроблених запитань (всього 8 запитань).

2. Лише містить тестові запитання, немає питань з веденням відповіді або інших.

3. Одноманітні запитання, які чергуються між собою.

4. Без підключення до Інтернету працювати не буде.

5. Для проходження треба зареєструватися.

При огляді онлайн тестування з теми «Повторення вивченого у 7 класі. Лінійні рівняння з однією змінною» [16] виявлені наступні переваги у використанні:

1. Присутня велика кількість запитань на розв'язок практичних прикладів.

2. Не потребує потужної техніки.

3. Зрозумілий дизайн в якому важко помилково натиснути щось не те.

Виявлені наступні труднощі у використанні:

1. Присутнє лише одне теоретичне питання.

2. Мала кількість розроблених запитань (всього 9 запитань).

3. Лише містить тестові запитання, немає питань з веденням відповіді або інших.

4. Без підключення до Інтернету працювати не буде.
5. Для використання необхідно зареєструватися.

1.4. Необхідність та актуальність теми роботи

Електронні тренажери належать до групи навчально-контролюючих електронних засобів навчального призначення, які призначені для передачі змісту навчання і формування знань, умінь і навичок.

На основі проведеного аналізу встановлено, що серед усього різноманіття електронних засобів навчального призначення електронні тренажери належать до групи навчально-контролюючих електронних засобів навчального призначення, які призначені для передачі змісту навчання і формування знань, умінь і навичок.

Таким чином існуючі навчальні тренажери для шкільного дистанційного курсу математики мають обмежений функціонал, вони або тільки навчають, або тільки перевіряють знання на практичних завданнях.

2. ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА

2.1. Опис матеріалу з теми

Лінійне рівняння з двома змінними

Лінійним рівнянням з двома змінними називають рівняння виду $ax + by = c$, де x, y – змінні, a, b, c – деякі числа (коефіцієнти рівняння).

$$5x + 2y = 9$$

$$7x - 2y = 11$$

Розв'язком рівняння з двома змінними називають пару значень змінних, для яких рівняння перетворюється у правильну рівність.

Лінійні рівняння з двома змінними мають ті ж самі властивості, що і рівняння з однією змінною.

Графік рівняння з двома змінними утворюють усі точки координатної площини, координати яких є розв'язками даного рівняння.

Графіком рівняння $ax + by = c$, у якому хоча б один коефіцієнт a або b не дорівнює 0, є пряма.

Якщо потрібно знайти спільні розв'язки двох рівнянь, то кажуть, що ці рівняння утворюють систему рівнянь.

$$\begin{cases} x + y = 56, \\ x - y = 4. \end{cases}$$

Розв'язком системи двох рівнянь з двома змінними називають пару значень змінних, для яких кожне рівняння системи перетворюється у правильну числову рівність.

Щоб розв'язати систему рівнянь графічним способом, потрібно побудувати графіки даних рівнянь в одній системі координат і знайти координати спільних точок цих графіків.

Щоб розв'язати систему рівнянь способом підстановки, потрібно:

- 1) Виразити з будь-якого рівняння системи одну змінну через іншу.

2) Підставити в інші рівняння системи замість цієї змінної одержаний вираз.

3) Розв'язати отримане рівняння з однією змінною.

4) Знайти відповідне отриманому, значення першої змінної.

Щоб розв'язати систему рівнянь способом додавання потрібно:

1) Помножити обидві частини рівнянь системи на такі числа, щоб коефіцієнти біля однієї зі змінних стали протилежними числами.

2) Додати почлено ліві і праві частини рівнянь і замінити одне із рівнянь системи одержаним рівнянням.

3) Розв'язати одержане рівняння з однією змінною.

4) Знайти відповідне значення іншої змінної.

При розв'язанні задач за допомогою систем рівнянь чинять так:

1) Позначають деякі дві невідомі величини буквами.

2) Використовуючи умову задачі, складають два рівняння з вибраними невідомими.

3) Записують систему рівнянь і розв'язують її.

4) Дають відповіді на питання, поставлені у задачі[11].

Лінійні рівняння та їх системи

Рівнянням називають рівність, що містить змінну.

$$4x - 6 = x$$

Число, яке задовольняє рівняння, називають розв'язком або коренем рівняння.

Розв'язати рівняння означає знайти його корені або довести, що їх немає.

Два рівняння називаються рівносильними, якщо вони мають одні й ті ж самі корені. Рівносильними вважають і такі рівняння, які не мають коренів.

$$18 - x = 11 \text{ і } 21 : x = 3$$

Властивості рівнянь:

1) Якщо в будь-якій частині рівняння розкрити дужки або звести подібні доданки, то одержимо рівняння, рівносильне даному.

2) Якщо в рівнянні перенести доданок з однієї частини в другу, змінивши його знак на протилежний, то одержимо рівняння, рівносильно даному.

3) Якщо обидві частини рівняння помножити або поділити на одне й теж відмінне від нуля число, то одержимо рівняння, рівносильне даному.

Рівняння виду $ax = b$, де x – змінна, a і b – деякі числа, називають лінійним рівнянням з однією змінною.

Числа a і b називають коефіцієнтами цього рівняння.

$$2x = -8$$

$$-0,01x = 17$$

Квадратні рівняння

Рівняння виду $ax^2 + bx + c = 0$, де x – змінна, a, b, c – числа, причому $a \neq 0$, називається квадратним.

Квадратне рівняння в якому хоча б один із коефіцієнтів b або c дорівнює 0, називають неповним квадратним рівнянням.

Розв'язування неповних квадратних рівнянь:

$$1) \quad ax^2 + bx = 0;$$

$$x(ax + b) = 0;$$

$$x = 0 \text{ або } ax + b = 0;$$

$$ax = -b;$$

$$x = -\frac{b}{a}.$$

$$\text{Відповідь: } x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a}.$$

$$2) \quad ax^2 + c = 0; \text{ якщо } -\frac{c}{a} > 0, \text{ то } x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

$$ax^2 = -c; \text{ якщо } -\frac{c}{a} < 0, \text{ то рівняння}$$

$$x^2 = -\frac{c}{a}; \text{ розв'язків немає}$$

$$3) \quad ax^2 = 0; x^2 = 0; x = 0.$$

Формула коренів квадратного рівняння

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \quad D = b^2 - 4ac$$

де D – дискримінант (розрізнявач).

Якщо $D < 0$, то рівняння немає коренів.

Якщо $D = 0$, то рівняння має один корінь $x = -\frac{b}{2a}$.

Якщо $D > 0$, то рівняння має два різні корені $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$.

Якщо у квадратному рівнянні $ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0)$ другий коефіцієнт – парне число, тобто $b = 2k$, то для визначення коренів цього рівняння можна використати спрощену формулу $x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{D_1}}{a}$, де $k = \frac{b}{2}, D_1 = k^2 - ac$.

Квадратне рівняння, у якому $a=1$ називається зведеним.

$$x^2 + px + q = 0$$

Теорема Вієта. Сума коренів зведеного квадратного рівняння $x^2 + px + q = 0$ дорівнює другому коефіцієнту, взятому з протилежним знаком, а їх добуток – вільному члену $x_1 + x_2 = -p; x_1 \cdot x_2 = q$.

Теорема, обернена до теореми Вієта. Якщо числа x_1 та x_2 такі, що $x_1 + x_2 = -p$ і $x_1 \cdot x_2 = q$ то вони є коренями рівняння $x^2 + px + q = 0$ [10].

Раціональні рівняння

Рівняння називають раціональним, якщо його ліва і права частини є раціональними виразами.

Рівняння називають цілим (або цілим раціональним), якщо його ліва і права частина є цілими раціональними виразами.

$$4(a+9) = 5a - 1$$

Рівняння називають дробовим (або дробово-раціональним), якщо хоча б одна з його частин є дробовим раціональним виразом.

$$\frac{x-4}{5x+2} + 5 = \frac{2x-1}{10x+4}$$

Два дробово-раціональних рівняння називаються рівносильними, всі розв'язки першого рівняння є розв'язками другого рівняння, і навпаки, усі розв'язки другого рівняння є розв'язками першого.

Рівносильними вважають і ті рівняння, які не мають розв'язки. $\Leftrightarrow$ – знак рівносильності.

Значення змінної, при яких мають зміст вирази в обох частинах рівняння, називають областю допустимих значень (ОДЗ) рівняння.

Способи розв'язування дробово-раціональних рівнянь:

1) Зведення даного рівняння до виду $\frac{A}{B} = 0$

1. Знайти ОДЗ даного рівняння;

2. звести дане рівняння до виду $\frac{A}{B} = 0$;

3. прирівняти до 0 чисельник дробу та розв'язати отримане ціле раціональне рівняння;

4. виключити з його коренів ті, які не належать ОДЗ.

2) Зведення даного рівняння до пропорції

1. Знайти ОДЗ даного рівняння;

2. звести дане рівняння до виду $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$;

3. за властивістю пропорції записати дане рівняння у вигляді цілого $A \cdot D = B \cdot C$ і розв'язати його;

4. виключити з його коренів ті, які не належать ОДЗ.

3) Множення обох частин рівняння на спільний знаменник

1. Знайти ОДЗ даного рівняння;

2. знайти спільний знаменник обох частин рівняння;

3. помножити обидві частини рівняння на спільний знаменник;

4. розв'язати отримане ціле рівняння;

5. виключити з його коренів ті, які не належать ОДЗ.

Під час розв'язування дробово-раціональних рівнянь отримані значення змінної можна перевірити одним з двох способів:

- 1) знайти ОДЗ рівняння та визначити, чи входять в ОДЗ отримані значення;
- 2) здійснити безпосередню підстановку отриманих значень у початкове рівняння [21].

2.2. Опис структури посібника

Даний навчальний посібник стане в нагоді всім, хто хоче успішно засвоїти тему «Рівняння та системи рівнянь», які передбачені шкільним курсом математики на рівні стандарту. Матеріал викладено в логічній послідовності. Після теоретичного блоку (у вигляді презентації) рекомендується ознайомитись із зразками розв'язання типових вправ. В кінці посібника підібрано вправи для відпрацювання практичних навичок (інтерактивні вправи, тестові завдання). Посібником можуть скористатися учні середніх класів.

Посібник містить чотири теоретичні блоки:

- Лінійне рівняння з двома змінними та його графік.
- Лінійні рівняння та їх системи.
- Квадратні рівняння.
- Раціональні рівняння.

До кожного теоретичного блоку підібрано завдання практичні (завдання на вибір однієї, чи декількох відповідей, завдання на встановлення відповідності, на введення відповіді з покроковим розв'язанням задачі).

При неправильній відповіді отримується підказка, яка допоможе розібратися в помилці та виправити її.

2.3. Алгоритм роботи навчального тренажера

Крок 1. Запуск навчального програмного забезпечення. Відкривається головний екран. На головному екрані користувач бачить:

- тему навчального тренажера;
- інформацію про автора розробника;
- кнопку по якій він розпочне ознайомлення з матеріалом.

Крок 2. Перед користувачем з'являється екран з написом: «Шановний користувач! Ви вивчаєте рівняння, а цей програмний засіб вам допоможе краще закріпити свої знання, а також перевірити їх на практичних завданнях.

Нехай вам щастить в правильності відповіді та будьте уважні!»

Крок 3. Необхідно обрати один з блоків для подальшої перевірки своїх знань. Блоки мають наступні назви:

- Лінійне рівняння з двома змінними та його графік.
- Лінійні рівняння та їх системи.
- Квадратні рівняння.
- Раціональні рівняння.

Блок із завданнями «Лінійне рівняння з двома змінними та його графік»:

Крок 4. Ознайомлення з теоретичним матеріалом теми «Лінійне рівняння з двома змінними та його графік». Користувач має можливість завантажити теоретичний матеріал в форматі «.pptx» у вигляді презентації.

Крок 5. Після ознайомлення з теоретичним матеріалом перед користувачем з'являються типові зразки розв'язку вправ.

Крок 6. Відкривається перше питання «Яке рівняння називають лінійним рівнянням з двома змінними?». Оберіть одну із відповідей.

А) Рівняння виду $ax + by = c$, де a, b, c – змінні, x, y – деякі числа (коефіцієнти рівняння).

Б) Рівняння виду $ax + by = c$, де a, b, c, x, y – деякі числа (коефіцієнти рівняння).

В) Рівняння виду $ax + by = c$, де x, y – змінні, a, b, c – деякі числа (коефіцієнти рівняння).

Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Рівняння виду $ax + by = c$, де x, y – змінні, a, b, c – деякі числа (коефіцієнти рівняння).», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 7. Відкривається друге питання «Що називається розв’язком рівняння з двома змінними?». Оберіть одну із відповідей.

А) Розв’язком рівняння з двома змінними називають пару значень змінних, для яких рівняння перетворюється у правильну рівність.

Б) Розв’язком рівняння з двома змінними називають пару значень змінних, для яких рівняння перетворюється у нерівність.

В) Розв’язком рівняння з двома змінними називають значення змінної, яка рівняння перетворює у правильну рівність.

Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Розв’язком рівняння з двома змінними називають пару значень змінних, для яких рівняння перетворюється у правильну рівність.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 8. Відкривається третє питання «Що називають графіком рівняння з двома змінними?». Оберіть одну із відповідей.

А) Графіком рівняння з двома змінними називають точку координатної площини, координати якої є розв’язком даного рівняння.

Б) Графіком рівняння з двома змінними називають усі точки координатної площини, координати яких є розв’язками даного рівняння.

В) Графіком рівняння з двома змінними називають дві точки координатної площини, координати яких є розв’язками даного рівняння.

Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Графіком рівняння з двома змінними називають усі точки координатної площини, координати яких є

розв'язками даного рівняння.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 9. Відкривається четверте питання «Що є графіком рівняння з двома змінними?». Оберіть одну із відповідей.

- А) Пряма.
- Б) Гіпербола.
- В) Парабола.

Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Графіком рівняння з двома змінними є пряма вигляду $ax + by + c = 0$.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 10. Відкривається п'яте питання «Що називають системою рівнянь?». Оберіть одну із відповідей.

А) Якщо потрібно знайти розв'язок рівняння, то кажуть, що це рівняння утворює систему рівнянь.

Б) Якщо потрібно знайти спільні розв'язки двох рівнянь, то кажуть, що ці рівняння утворюють систему рівнянь.

В) Якщо потрібно знайти відмінні розв'язки двох рівнянь, то кажуть, що ці рівняння утворюють систему рівнянь.

Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Якщо потрібно знайти спільні розв'язки двох рівнянь, то кажуть, що ці рівняння утворюють систему рівнянь.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 11. Відкривається шосте завдання «Встановіть послідовність порядку дій алгоритму розв'язку системи рівнянь способом підстановки.». Оберіть номери послідовності.

- 3 Розв'язати отримане рівняння з однією змінною.
- 1 Виразити з будь-якого рівняння системи одну змінну через іншу.
- 4 Знайти відповідне отриманому, значення першої змінної.
- 2 Підставити в інше рівняння системи замість цієї змінної одержаний вираз.

Якщо користувачем неправильно встановлені відповідності, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Першим кроком потрібно виразити з будь-якого рівняння системи одну змінну через іншу. Другим кроком підставити в інше рівняння системи замість цієї змінної одержаний вираз. Третім кроком розв'язати отримане рівняння системи з однією змінною. Четвертим кроком знайти відповідне отриманому, значення першої змінної.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 12. Відкривається сьоме завдання «Встановіть послідовність порядку дій у алгоритмі розв'язку системи рівнянь способом додавання.». Оберіть номери послідовності.

- 3 Розв'язати одержане рівняння з однією змінною
- 2 Додати почлено ліві і праві частини рівнянь і замінити одне із рівнянь системи одержаним рівнянням
- 4 Знайти відповідне значення іншої змінної
- 1 Помножити обидві частини рівнянь системи на такі числа, щоб коефіцієнти біля однієї зі змінних стали протилежними числами

Якщо користувачем неправильно встановлені відповідності, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Першим кроком потрібно помножити обидві частини рівнянь системи на такі числа, щоб коефіцієнти біля однієї зі змінних стали протилежними числами. Другим кроком додати полено ліві і праві частини рівнянь і замінити одне із рівнянь системи одержаним рівнянням. Третім кроком розв'язати одержане рівняння з однією змінною. Четвертим кроком знайти відповідне значення іншої змінної.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 13. Відкривається восьме питання «Яке з рівнянь є лінійним рівнянням з двома змінними?». Оберіть декілька відповідей.

- А) $5x + 2y = 9$
- Б) $5x + 2 = 9$
- В) $7x - 2y = 11$
- Г) $2y = 9$

Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Рівняння виду $ax + by = c$, де x, y – змінні, a, b, c – деякі числа (коефіцієнти рівняння).», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 14. Відкривається дев'яте питання «Які з пар чисел є розв'язком рівняння $3x + 2y = 10$ ». Оберіть декілька відповідей.

А) (2;2)

Б) (1;3)

В) (1;3;5)

Г) (4;-1)

Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Розв'язком рівняння з двома змінними називають пару значень змінних, для яких рівняння перетворюється у правильну рівність.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 15. Відкривається десяте завдання «Знайдіть значення коефіцієнта a в рівнянні $ax + 3y = 4$, якщо відомо, що графік проходить через точку (1;2).». Впишіть відповідь до комірки.

$$1a + 3 \cdot 2 = 4$$

$$a + 6 = 4$$

$$a = 4 - 6$$

$$a = -2$$

Відповідь для переходу до наступного кроку: $a = -2$.

Якщо користувачем введено неправильну відповідь, то відкривається підказка, яка містить інформацію «Розв'язком рівняння з двома змінними називають пару значень змінних, для яких рівняння перетворюється у правильну рівність.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 16. Відкривається одинадцяте завдання «Заповніть пропуски так, щоб утворені записи були правильні (розв'язати системи способом підстановки)

$$\begin{cases} x - 2y = 4, \\ 2x - 5y = 8 \end{cases} \text{». Впишіть відповідь до комірки.}$$

$$\begin{cases} x - 2y = 4, \\ 2x - 5y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dots, \\ 2 \cdot (\dots) - 5y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y + 4, \\ \dots y = \dots \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dots, \\ y = \dots \end{cases}$$

Відповідь для переходу до наступного кроку:

$$\begin{cases} x - 2y = 4, \\ 2x - 5y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y + 4, \\ 2 \cdot (2y + 4) - 5y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y + 4, \\ -y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4, \\ y = 0 \end{cases}.$$

Якщо користувачем введено неправильну відповідь, то відкривається підказка, яка містить інформацію «Першим кроком потрібно виразити з будь-якого рівняння системи одну змінну через іншу. Другим кроком підставити в інше рівняння системи замість цієї змінної одержаний вираз. Третім кроком розв'язати отримане рівняння системи з однією змінною. Четвертим кроком знайти відповідне отриманому, значення першої змінної.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 17. Відкривається дванадцяте завдання «Розв'язати систему рівнянь способом додавання $\begin{cases} 2x + 3y = 3, \\ 5x + 6y = 9 \end{cases}$ ». Впишіть відповідь до комірки.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 3, *(-2) \\ 5x + 6y = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4x - 6y = -6 \\ 5x + 6y = 9 \end{cases} \Rightarrow x = 3$$

$$6 + 3y = 3$$

$$3y = -3$$

$$\begin{cases} x = 3, \\ y = -1 \end{cases}$$

Відповідь для переходу до наступного кроку: $\begin{cases} x = 3, \\ y = -1 \end{cases}$.

Якщо користувачем введено неправильну відповідь, то відкривається підказка, яка містить інформацію «Першим кроком потрібно помножити обидві

частини рівнянь системи на такі числа, щоб коефіцієнти біля однієї зі змінних стали протилежними числами. Другим кроком додати полено ліві і праві частини рівнянь і замінити одне із рівнянь системи одержаним рівнянням. Третім кроком розв'язати одержане рівняння з однією змінною. Четвертим кроком знайти відповідне значення іншої змінної.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

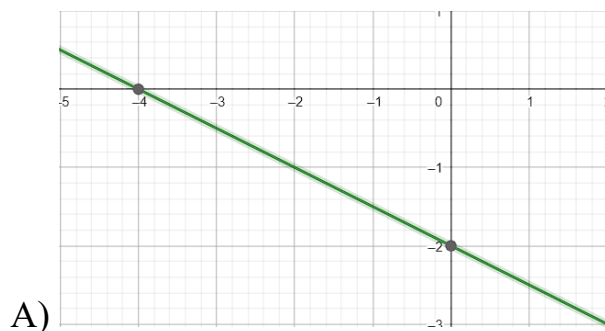
Крок 18. Відкривається тринадцяте завдання «Розв'язати систему рівнянь способом підстановки $\begin{cases} 2x + y = 1, \\ 5x - 2y = 7 \end{cases}$ ». Впишіть відповідь до комірки.

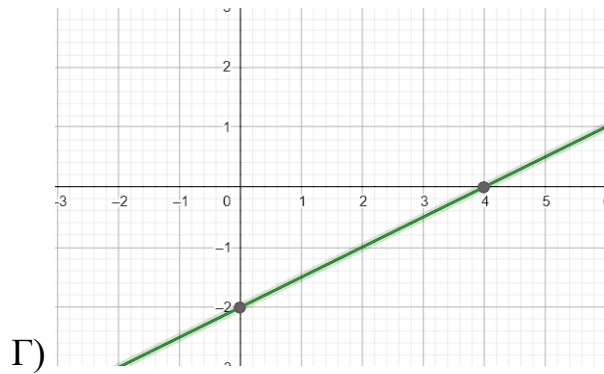
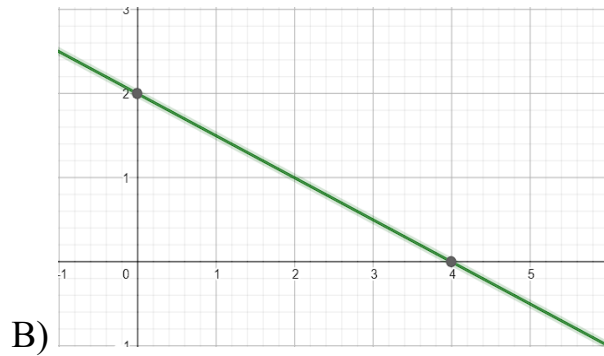
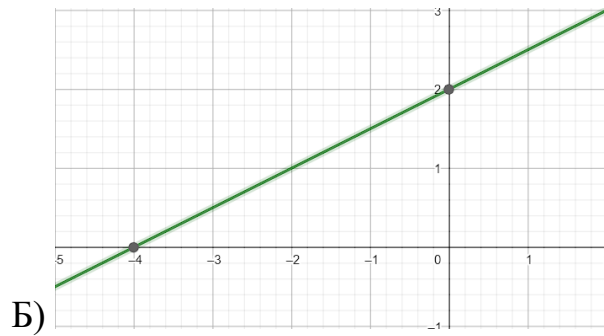
$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x + y = 1, \\ 5x - 2y = 7 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} y = 1 - 2x, \\ 5x - 2y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 - 2x, \\ 5x - 2(1 - 2x) = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 - 2x, \\ 5x - 2 + 4x = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 - 2x, \\ 9x = 9 \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} y = 1 - 2x, \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -1, \\ x = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Відповідь для переходу до наступного кроку: $\begin{cases} y = -1, \\ x = 1 \end{cases}$.

Якщо користувачем введено неправильну відповідь, то відкривається підказка, яка містить інформацію «Першим кроком потрібно виразити з будь-якого рівняння системи одну змінну через іншу. Другим кроком підставити в інше рівняння системи замість цієї змінної одержаний вираз. Третім кроком розв'язати отримане рівняння системи з однією змінною. Четвертим кроком знайти відповідне отриманому, значення першої змінної», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 19. Відкривається чотирнадцяте питання «Побудувати графік рівняння $x - 2y - 4 = 0$ ». Оберіть одну із відповідей.





Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Графіком рівняння з двома змінними є пряма з точками (0; -2) та (4; 0).», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 20. Відкривається п'ятнадцяте завдання «Не виконуючи побудови, знайдіть координати точок перетину графіку рівняння з осями координат: $5x - 3y = 15$ ». Впишіть відповідь до комірки.

На Ox $y=0$:

$$5x - 3 \cdot 0 = 15$$

$$x = 3$$

$$(3; 0)$$

На Oy $x=0$

$$5 \cdot 0 - 3y = 15$$

$$y = -5$$

$$(0; -5)$$

Якщо користувачем введено неправильну відповідь, то відкривається підказка, яка містить інформацію «При знаходженні на вісь Ox замість y підставляємо 0 та шукаємо розв'язок рівняння. При знаходженні на вісь Oy замість x підставляємо 0 та шукаємо розв'язок рівняння.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 21. Відкривається шістнадцяте завдання «Побудувати графік рівняння $3x + 2y = 20$.» Введіть до комірок координати точок.

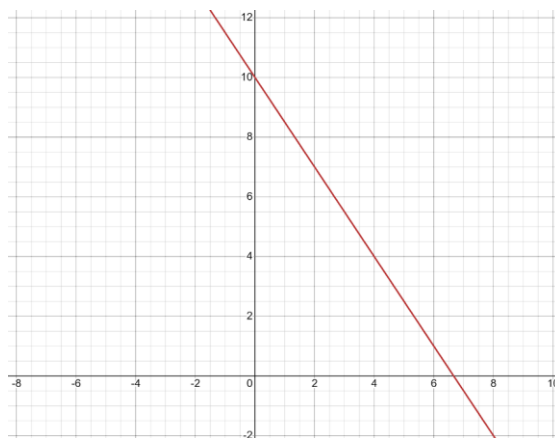


Рисунок 3.1 – Правильна відповідь побудови графіка до кроку 21

Якщо користувачем введено неправильну відповідь, то відкривається підказка, яка містить інформацію «Графіком рівняння з двома змінними є пряма з точками $(0; 10)$ та $(6; 1)$ або $(4; 4)$.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 22. Перед користувачем з'являється екран з написом: «Ви завершили завдання з блоку «Лінійне рівняння з двома змінними та його графік».

Ви хочете повернутися до початкового екрану та обрати інший блок?»

Якщо відповідь обрано «Так, повернутися до початкового екрану», то відбувається перехід, інакше завершується робота навчальної програми.

Блок із завданнями «Лінійні рівняння та їх системи»:

Крок 4. Ознайомлення з теоретичним матеріалом теми «Лінійні рівняння та їх системи». Користувач має можливість завантажити теоретичний матеріал в форматі «.pptx» у вигляді презентації.

Крок 5. Після ознайомлення з теоретичним матеріалом перед користувачем з'являються типові зразки розв'язку вправ.

Крок 6. Відкривається перше питання «Яке рівняння називають лінійним рівнянням з однією змінною?». Оберіть одну із відповідей.

А) Рівняння виду $ax = b$, де a , b і x – деякі числа, називається лінійним рівнянням з однією змінною.

Б) Рівняння виду $ax = b$, де x – змінна, a і b – деякі числа, називається лінійним рівнянням з однією змінною.

В) Рівняння виду $ax = b$, де x – деяке число, a і b – змінні, називається лінійним рівнянням з однією змінною.

Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Рівняння виду $ax = b$, де x – змінна, a і b – деякі числа.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 7. Відкривається друге питання «Які рівняння називають рівносильними?». Оберіть декілька відповідей.

А) Рівносильними вважають рівняння, які не мають коренів.

Б) Два рівняння вважають рівносильними, якщо вони мають спільний квадратний корінь.

В) Два рівняння називаються рівносильними, якщо вони мають одні й ті ж самі корені.

Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Два рівняння називаються рівносильними, якщо вони мають одні й ті ж самі корені. Рівносильними вважають і такі рівняння, які не мають коренів.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 8. Відкривається третє питання «Що називають коренем (або розв'язком) рівняння?». Оберіть одну із відповідей.

А) Коренем (або розв'язком) рівняння називається значення змінної, що перетворює рівняння на правильну числову рівність.

Б) Коренем (або розв'язком) рівняння називається значення константи, що перетворює рівняння на правильну числову рівність.

В) Коренем (або розв'язком) називається значення рівняння, що перетворює змінну на число.

Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Коренем рівняння називається значення змінної, що перетворює рівняння на правильну числову рівність.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 9. Відкривається четверте завдання «Встановіть послідовність порядку дій у алгоритмі розв'язку лінійних рівнянь». Оберіть номери послідовності.

- 6 Записати відповідь.
- 4 Знайти корінь рівняння.
- 1 Спростити рівняння (розкрити дужки, звести подібні доданки).
- 3 Звести подібні доданки в лівій і правій частинах рівняння.
- 2 Доданки, що містять змінну, перенести в ліву частину рівняння, а числа – у праву частину, не забуваючи при перенесенні змінювати знаки на протилежні.
- 5 За потреби зробити перевірку.

Якщо користувачем неправильно встановлені відповідності, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Першим кроком потрібно спросити рівняння. Другим кроком доданки, що містять змінну, перенести в ліву частину, а числа – у праву. Третім кроком звести подібні доданки в лівій і правій частинах рівняння. Четвертим кроком знайти корінь рівняння.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 10. Відкривається п'яте питання «Що називають системою рівнянь?». Оберіть одну із відповідей.

- А) Спільні розв'язки двох рівнянь.

Б) Будь-який розв'язок одного із рівнянь.

В) Розв'язок, який підходить лише до одного із рівнянь.

Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Якщо потрібно знайти спільні розв'язки двох рівнянь, то кажуть, що ці рівняння утворюють систему рівнянь.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 11. Відкривається шосте питання «Яке з рівнянь є лінійним?».

Оберіть декілька відповідей.

А) $x + 5 = 7$

Б) $2 + 5 = 7$

В) $3(x - 5) = 18$

Г) $2,3x - 5 = 7 - 0,1x$

Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Рівняння – це рівність, що містить позначене буквою невідоме число, яке потрібно знайти.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 12. Відкривається сьоме питання «Яке з рівнянь є лінійним рівнянням?». Оберіть декілька відповідей.

А) $x^3 = 8$

Б) $x^2 = 9$

В) $\frac{16}{x} = 3$

Г) $50x = 25$

Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Рівняння – це рівність, що містить позначене буквою невідоме число, яке потрібно знайти.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 13. Відкривається восьме завдання «Розв'яжіть рівняння:

$4(3x - 1) - 10x = 4 - 2x$ ». Впишіть відповідь до комірки.

$$12x - 4 - 10x = 4 - 2x$$

$$12x - 10x + 2x = 4 + 4$$

$$4x = 8$$

Відповідь для переходу до наступного кроку: $x = 2$.

Якщо користувачем введено неправильну відповідь, то відкривається підказка, яка містить інформацію з підстановкою вписаного кореню до рівняння, тобто корені, які не дають рівності лінійному рівнянню, інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 14. Відкривається дев'яте завдання «Розв'яжіть рівняння: $5(2x - 1) = 10x + 2$ ». Впишіть відповідь до комірки.

$$10x - 5 = 10x + 2$$

$$10x - 10x = 2 + 5$$

$$0x = 7$$

Відповідь для переходу до наступного кроку: коренів немає.

Якщо користувачем введено неправильну відповідь, то відкривається підказка, яка містить інформацію з підстановкою вписаного кореню до рівняння, тобто корені, які не дають рівності лінійному рівнянню, інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 15. Відкривається десяте завдання «Розв'яжіть рівняння: $\frac{x^2 - 4}{x + 2} = 0$ ».

Впишіть відповідь до комірки.

$$\begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ x + 2 \neq 0 \end{cases}$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2 \text{ але } x \neq -2$$

Відповідь для переходу до наступного кроку: $x = 2$.

Якщо користувачем введено неправильну відповідь, то відкривається підказка, яка містить інформацію з підстановкою вписаного кореню до рівняння,

тобто корені, які не дають рівності лінійному рівнянню, інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 16. Відкривається одинадцяте завдання «Розв’яжіть задачу за допомогою рівняння: На одному складі було в 3 рази більше телевізорів, ніж на другому. Після того, як з першого складу взяли 20 телевізорів, а на другий привезли 14, телевізорів на обох складах стало порівну. Скільки телевізорів було на кожному складі спочатку?». Впишіть відповідь до комірки.

$$3x - 20 = x + 14$$

$$3x - x = 14 + 20$$

$$2x = 34$$

$$x = 17 \text{ та } 3x = 51$$

Відповідь для переходу до наступного кроку: На першому складі 51, на другому складі 17.

Якщо користувачем введено неправильну відповідь, то відкривається підказка, яка містить інформацію з підстановкою вписаного кореню до рівняння, тобто корені, які не дають рівності лінійному рівнянню, інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 17. Відкривається дванадцяте завдання «На рисунку 3.2 зображено графіки рівнянь $-6x + 5y = 9$ і $4x + 3y = 13$. Яка пара чисел є спільним розв’язком даних рівнянь?». Впишіть відповідь до комірки.

Відповідь для переходу до наступного кроку: (1; 3).

Якщо користувачем введено неправильну відповідь, то відкривається підказка, яка містить інформацію «Якщо потрібно знайти спільні розв’язки двох рівнянь, то кажуть, що ці рівняння утворюють систему рівнянь.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 18. Відкривається тринадцяте завдання «Розв’яжіть рівняння графічним способом $\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ (побудувати графіки та знайти спільний розв’язок)». Введіть до комірок координати точки.

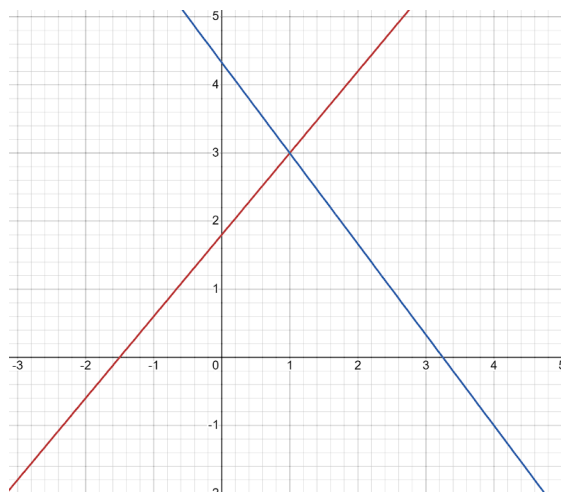


Рисунок 3.2 – Графік до умови кроку 17

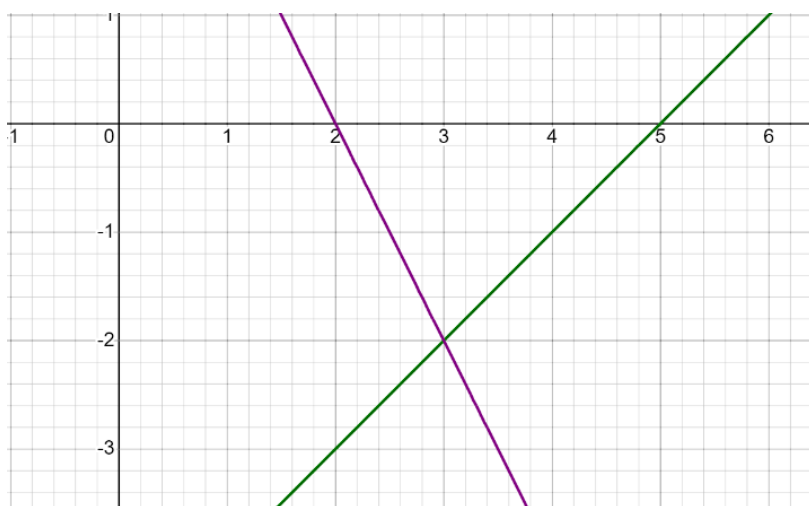


Рисунок 3.3 – Правильна відповідь побудови графіка до кроку 18

Відповідь для переходу до наступного кроку: (3; -2).

Якщо користувачем введено неправильну відповідь, то відкривається підказка, яка містить інформацію «Для знаходження точки перетину двох функцій, треба побудувати графіки з допомогою таблиці побудови.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 19. Перед користувачем з'являється екран з написом: або «Ви завершили завдання з блоку «Лінійні рівняння та їх системи»

Ви хочете повернутися до початкового екрану та обрати інший блок?»

Якщо відповідь обрано «Так, повернутися до початкового екрану», то відбувається перехід, інакше завершується робота навчальної програми.

Блок із завданнями «Квадратні рівняння»:

Крок 4. Ознайомлення з теоретичним матеріалом теми «Квадратні рівняння». Користувач має можливість завантажити теоретичний матеріал в форматі «.pptx» у вигляді презентації.

Крок 5. Після ознайомлення з теоретичним матеріалом перед користувачем з'являються типові зразки розв'язку вправ.

Крок 6. Відкривається перше питання «Яке рівняння називають квадратним?». Оберіть одну із відповідей.

А) Рівняння виду $ax^2 + bx + c = 0$, де x – змінна, a, b, c – числа, причому a може дорівнювати 0, називається квадратним.

Б) Рівняння в якому хоча б один із коефіцієнтів b або c дорівнює 0, називають квадратним рівнянням.

В) Рівняння виду $ax^2 + bx + c = 0$, де x – змінна, a, b, c – числа, причому $a \neq 0$, називається квадратним.

Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Рівняння виду $ax^2 + bx + c = 0$, де x – змінна, a, b, c – числа, причому $a \neq 0$, називається квадратним.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 7. Відкривається друге питання «Яке рівняння називають неповним квадратним?». Оберіть одну із відповідей.

А) Рівняння в якому хоча б один із коефіцієнтів b або c дорівнює 0, називають неповним квадратним рівнянням.

Б) Рівняння виду $ax^2 + bx + c = 0$, де x – змінна, a, b, c – числа, причому a може дорівнювати 0, називається неповним квадратним.

В) Рівняння виду $ax^2 + bx + c = 0$, де x – змінна, a, b, c – числа, причому $a \neq 0$, називається неповним квадратним.

Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Рівняння в якому хоча б один із коефіцієнтів b або c дорівнює 0, називають неповним квадратним рівнянням.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 8. Відкривається третє питання «Скільки коренів може мати квадратне рівняння?». Оберіть декілька відповідей.

- А) Один корінь.
- Б) Два корені.
- В) Три корені.
- Г) Немає коренів.

Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Квадратні рівняння може мати один корінь, два або взагалі жодних немає.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 9. Відкривається четверте питання «Що таке корінь квадратного рівняння?». Оберіть одну із відповідей.

А) Коренем квадратного рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ називається будь-яке значення змінної x , а якого квадратний тричлен $ax^2 + bx + c$ перетворюється на одиницю.

Б) Коренем квадратного рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ називається будь-яке значення змінної x , а якого квадратний тричлен $ax^2 + bx + c$ перетворюється на нуль.

Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Коренем квадратного рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ називається будь-яке значення змінної x , а якого квадратний тричлен $ax^2 + bx + c$ перетворюється на нуль.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 10. Відкривається п'яте питання «Яке квадратне рівняння називають зведеним?». Оберіть одну із відповідей.

А) Квадратне рівняння, у якому $a=1$ називається зведеним.

Б) Квадратне рівняння, у якому $b=1$ називається зведеним.

В) Квадратне рівняння, у якому $c=1$ називається зведеним.

Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Квадратне рівняння, у якому $a=1$ називається зведеним.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 11. Відкривається шосте завдання «При якому дискримінанті рівняння можна розв'язати теоремою Вієта?». Оберіть одну із відповідей.

А) Дискримінант від'ємний.

Б) Дискримінант додатній.

В) Дискримінант нульовий.

Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Якщо у рівняннях дискримінант буде додатній, то такі рівняння можна розв'язати користуючись теоремою Вієта.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 12. Відкривається сьоме питання «Яке з рівнянь є квадратним?». Оберіть одну із відповідей.

А) $3x - 4x + 5 = 0$

Б) $5x^2 - 7x + 3 = 0$

В) $7x^3 + 4x - 9 = 0$

Г) $6x - 12 = 0$

Якщо користувачем ведену неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Рівняння виду $ax^2 + bx + c = 0$, де x – змінна, a, b, c – числа, причому $a \neq 0$, називається квадратним.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 13. Відкривається восьме завдання «Виписати коефіцієнти квадратного рівняння». Введіть відповіді самостійно.

А

В

С

$$5x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$2x - 3x^2 + 7 = 0$$

$$-x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$7x^2 + 3 = 0$$

$$x^2 - 6x = 0$$

Якщо користувачем ведену неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Коефіцієнт A знаходиться біля змінної x^2 , коефіцієнт B знаходиться біля змінної x , а коефіцієнт C – самостійна змінна.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 14. Відкривається дев'яте питання «Розв'яжіть рівняння $x^2 - 16 = 0$ ». Оберіть одну із відповідей.

А) 2

Б) -4 і 4

В) -2

Г) 4

Якщо користувачем введено неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Дане рівняння має два корені.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 15. Відкривається десяте питання «Встановіть відповідність між квадратними рівняннями та їх коренями.». Перетягнути відповідності до рівняння.

А) $x^2 - 4x + 3 = 0$

1) 2 і 5

Б) $x^2 - 24x - 81 = 0$

2) -4 і 3

В) $x^2 + 8x + 12 = 0$

3) -3 і 27

Г) $x^2 + x - 12 = 0$

4) -6 і -2

Д) $x^2 - 7x + 10 = 0$

5) 1 і 3

Якщо користувачем неправильно встановлені відповідності, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Підстановка коренів в рівняння перетворює останні в правильні рівності.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 16. Відкривається одинадцяте питання «Якщо у рівнянні $x^4 - 2x^2 + 28 = 0$ замінити x^2 на y , то одержимо рівняння...». Оберіть одну із відповідей.

А) $y^3 - 2y + 28 = 0$

Б) $y - 2y + 28 = 0$

В) $y^2 - 2y + 28 = 0$

Г) $y^2 - 2 + 28 = 0$

Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «В результаті заміни отримаємо квадратне рівняння виду $ax^2 + bx + c = 0$.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 17. Відкривається дванадцяте завдання «Розв'яжіть рівняння: $x^2 - 10x + 21 = 0$ (за допомогою теореми Вієта)». Впишіть відповідь до комірки.

$$D = 100 - 84 = 16 > 0$$

$$x_1 + x_2 = -(-10):1 = 10$$

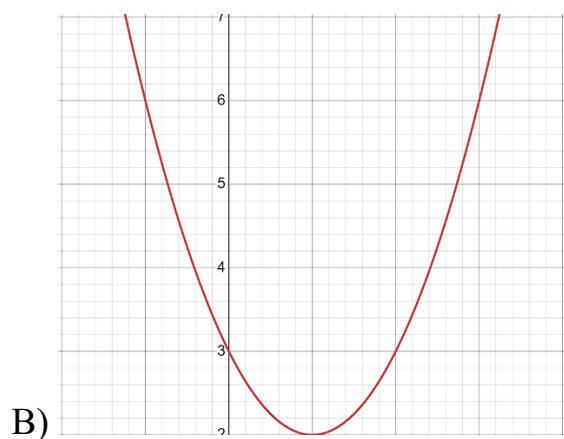
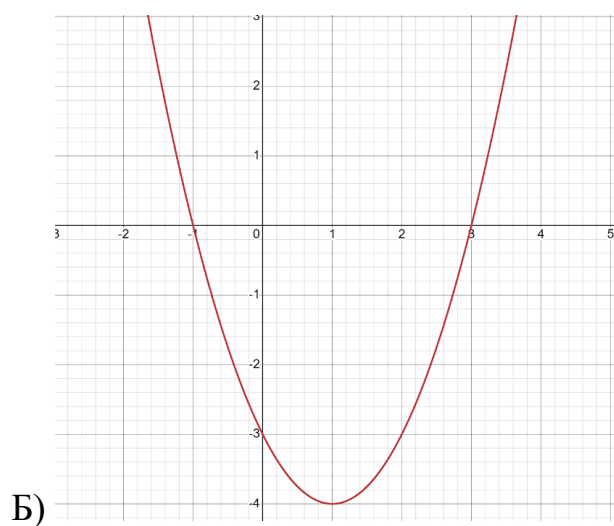
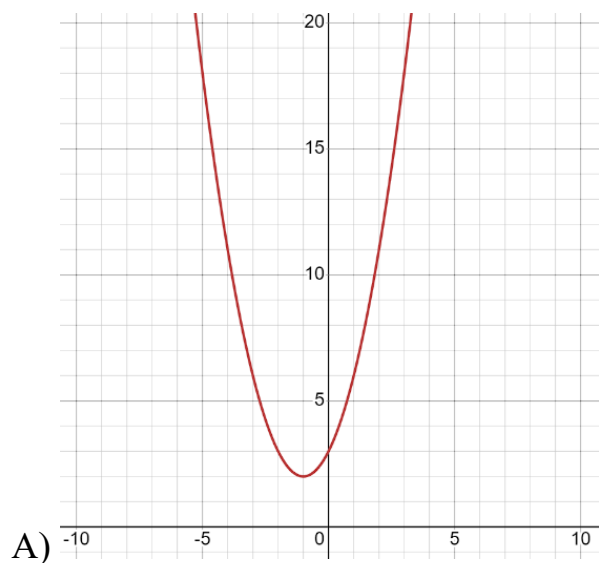
$$x_1 \cdot x_2 = 21:1 = 21$$

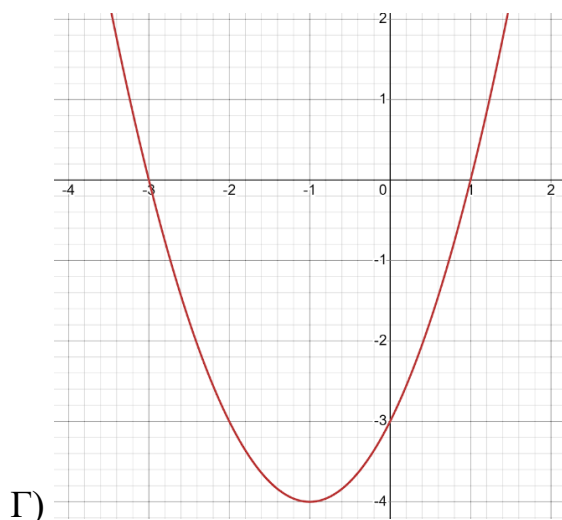
$$x_1 = 3 \text{ та } x_2 = 7$$

Відповідь для переходу до наступного кроку: $x_1 = 3; x_2 = 7$.

Якщо користувачем введено неправильну відповідь, то відкривається підказка, яка містить інформацію «Корені рівняння за теоремою Вієта знаходяться наступним чином: $x_1 + x_2 = -b:a$ та $x_1 \cdot x_2 = c:a$.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 18. Відкривається тринадцяте питання «Побудувати графік рівняння $x^2 - 2x - 3 = 0$ ». Оберіть одну із відповідей.





Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Графіком квадратного рівняння є парабола. Корені рівняння є абсциси точок перетину параболи з віссю x , отже, корені рівняння такі: $x_1 = -1$ та $x_2 = 3$.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 19. Відкривається чотирнадцяте завдання «Дано графік функції $y = -x^2 - 6x - 5$ (рис. 3.4). Користуючись графіком, знайдіть множину значень функції та проміжок, на якому функція спадає.». Введіть до комірок координати точки.

Відповідь для переходу до наступного кроку: 1. Множиною значень функції є проміжок $(-\infty; 4]$. 2. Функція спадає на проміжку $[-3; \infty)$.

Якщо користувачем введено неправильну відповідь, то відкривається підказка, яка містить інформацію «Для знаходження відповідей на завдання треба спочатку знайти координати вершини параболи. Далі знайти точки перетину з віссю Ox . Далі знаходимо множину значень функції, де це множина тих значень, яких може набувати сама функція при всіх значеннях аргументу з області визначення.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

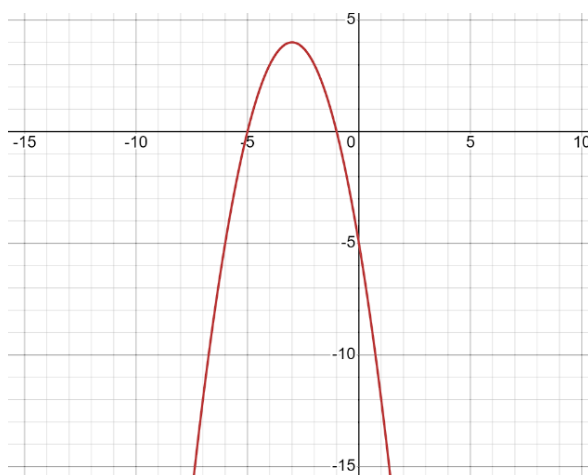


Рисунок 3.4 – Графік квадратного рівняння до умови завдання кроку 20

Крок 20. Перед користувачем з'являється екран з написом: «Ви завершили завдання з блоку «Квадратні рівняння.»»

Ви хочете повернутися до початкового екрану та обрати інший блок?»

Якщо відповідь обрано «Так, повернутися до початкового екрану», то відбувається перехід, інакше завершується робота навчальної програми.

Блок із завданнями «Раціональні рівняння»:

Крок 4. Ознайомлення з теоретичним матеріалом теми «Раціональні рівняння». Користувач має можливість завантажити теоретичний матеріал в форматі «.pptx» у вигляді презентації.

Крок 5. Після ознайомлення з теоретичним матеріалом перед користувачем з'являються типові зразки розв'язку вправ.

Крок 6. Відкривається перше питання «Які рівняння називають раціональними?». Оберіть одну із відповідей.

А) Рівняння називаються раціональними, якщо його ліва частина є раціональним виразом.

Б) Рівняння називаються раціональними, якщо його ліва і права частини є раціональними виразами.

В) Рівняння називаються раціональними, якщо його права частина є раціональним виразом.

Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Рівняння називаються раціональними, якщо його ліва і права частини є раціональними виразами.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 7. Відкривається друге питання «Які рівняння називаються цілими раціональними рівняннями?». Оберіть одну із відповідей.

А) Рівняння називають цілим (або цілим раціональним), якщо дві його частини є дробовим раціональним виразом.

Б) Рівняння називають цілим (або цілим раціональним), якщо жодна з його частин не є дробовим раціональним виразом.

В) Рівняння називають цілим (або цілим раціональним), якщо хоча б одна з його частин є дробовим раціональним виразом.

Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Рівняння називають цілим (або цілим раціональним), якщо хоча б одна з його частин є дробовим раціональним виразом.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 8. Відкривається третє питання «Які рівняння називаються дробово-раціональними рівняннями?». Оберіть одну із відповідей.

А) Рівняння називаються дробовим (або дробово-раціональним), якщо жодна з його частин не є дробовим раціональним виразом.

Б) Рівняння називаються дробовим (або дробово-раціональним), якщо хоча б одна з його частин є дробовим раціональним виразом.

В) Рівняння називаються дробовим (або дробово-раціональним), якщо всі його частини є дробовими раціональними виразами.

Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Рівняння називаються дробовим (або дробово-раціональним), якщо хоча б одна з його частин є дробовим раціональним виразом.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 9. Відкривається четверте питання «Які рівняння називаються рівносильними?». Оберіть декілька відповідей.

А) Рівносильними вважають ті рівняння, які не мають розв'язків.

Б) Два дробово-раціональних рівняння називають рівносильними, всі розв'язки усі розв'язки другого рівняння є розв'язками першого.

В) Два дробово-раціональних рівняння називають рівносильними, всі розв'язки першого рівняння є розв'язками другого рівняння, і навпаки, усі розв'язки другого рівняння є розв'язками першого.

Г) Два дробово-раціональних рівняння називають рівносильними, всі розв'язки першого рівняння є розв'язками другого рівняння.

Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Два дробово-раціональних рівняння називають рівносильними, всі розв'язки першого рівняння є розв'язками другого рівняння, і навпаки, усі розв'язки другого рівняння є розв'язками першого. Рівносильними вважають ті рівняння, які не мають розв'язків.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 10. Відкривається п'яте питання «Які є способи розв'язування дробово-раціональних рівнянь?». Оберіть декілька відповідей.

А) Множення обох частин рівняння на спільний знаменник.

Б) Рівняння в якому хоча б один із коефіцієнтів b або c дорівнює 0, називають квадратним рівнянням.

В) Зведення рівняння до виду $\frac{A}{B} = 0$.

Г) Зведення рівняння до пропорції.

Якщо користувачем обрано неправильну відповідь, то відкривається вікно з підказкою, яка містить наступну інформацію «Зведення рівняння до пропорції.

Зведення рівняння до виду $\frac{A}{B} = 0$. Множення обох частин рівняння на спільний знаменник.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 11. Відкривається шосте завдання «Розв'яжіть рівняння з допомогою «зведення рівняння до пропорції» $\frac{3}{x-5} = \frac{2}{x+5}$ ». Впишіть відповідь до комірки.

$$ОДЗ: \begin{cases} x-5 \neq 0 \\ x+5 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 5 \\ x \neq -5 \end{cases}$$

$$3(x+5) = 2(x-5)$$

$$3x+15 = 2x-10$$

$$3x-2x = -10-15$$

$$x = -25$$

Відповідь для переходу до наступного кроку: $x = -25$.

Якщо користувачем введено неправильну відповідь, то відкривається підказка, яка містить інформацію з підстановкою вписаного кореню до рівняння, тобто корені, які не дають рівності лінійному рівнянню, інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 12. Відкривається сьоме завдання «Розв'яжіть рівняння з допомогою «множення обох частин рівняння на спільний знаменник» $\frac{2b-5}{6b} - \frac{3-3b}{4b} = 0$ ».

Впишіть відповідь до комірки.

$$ОДЗ: b \neq 0$$

$$\frac{2(2b-5) - 3(3-3b)}{12b} = 0$$

$$\frac{4b-10-9+9b}{12b} = 0$$

$$\frac{13b-19}{12b} = 0$$

$$13b-19=0$$

$$13b=19$$

$$b = \frac{19}{13}$$

Відповідь для переходу до наступного кроку: $b = \frac{19}{13}$.

Якщо користувачем введено неправильну відповідь, то відкривається підказка, яка містить інформацію з підстановкою вписаного кореню до рівняння,

тобто корені, які не дають рівності лінійному рівнянню, інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 13. Відкривається восьме завдання «Розв'яжіть рівняння $\frac{x+4}{x-1} = 0$ ».

Впишіть відповідь до комірки.

$$ОДЗ: x - 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$$

$$x + 4 = 0$$

$$x = -4$$

Відповідь для переходу до наступного кроку: $x = -4$.

Якщо користувачем введено неправильну відповідь, то відкривається підказка, яка містить інформацію з підстановкою вписаного кореню до рівняння, тобто корені, які не дають рівності лінійному рівнянню, інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 14. Відкривається дев'яте завдання «Розв'яжіть рівняння з допомогою «зведення рівняння до пропорції» $\frac{3}{2-x} = \frac{5}{8-x}$ ». Впишіть відповідь до комірки.

$$ОДЗ: \begin{cases} 2 - x \neq 0 \\ 8 - x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \neq x \\ 8 \neq x \end{cases}$$

$$3(8 - x) = 5(2 - x)$$

$$24 - 3x = 10 - 5x$$

$$-3x + 5x = 10 - 24$$

$$2x = -14$$

$$x = -7$$

Відповідь для переходу до наступного кроку: $x = -7$.

Якщо користувачем введено неправильну відповідь, то відкривається підказка, яка містить інформацію з підстановкою вписаного кореню до рівняння, тобто корені, які не дають рівності лінійному рівнянню, інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 15. Відкривається десяте завдання «Розв'яжіть рівняння з допомогою

«множення обох частин рівняння на спільний знаменник» $1 - \frac{2x+2}{x-1} = \frac{1-x}{x}$ ».

Впишіть відповідь до комірки.

$$ОДЗ: \begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

$$1 - \frac{2x+2}{x-1} - \frac{1-x}{x} = 0$$

$$-\frac{x(2x+2) + (x-1)(1-x)}{x(x-1)} = -1$$

$$-\frac{2x^2 + 2x + x - x^2 - 1 + x}{x(x-1)} = -1$$

$$-\frac{2x^2 + 2x - x^2 + 2x - 1}{x(x-1)} = -1$$

$$\frac{x^2 + 4x - 1}{x(x-1)} = 1$$

$$x^2 + 4x - 1 = x(x-1)$$

$$x^2 + 4x - 1 = x^2 - x$$

$$x^2 - x^2 + 4x + x - 1 = 0$$

$$5x = 1$$

$$x = \frac{1}{5}$$

Відповідь для переходу до наступного кроку: $x = \frac{1}{5}$.

Якщо користувачем введено неправильну відповідь, то відкривається підказка, яка містить інформацію з підстановкою вписаного кореню до рівняння, тобто корені, які не дають рівності лінійному рівнянню, інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 16. Відкривається одинадцяте завдання «Знайдіть абсциси точок перетину графіків функції $y = x^2$ та $y = \sqrt{x}$. Визначити по графіку (рис. 3.5).». Впишіть відповідь до комірки.

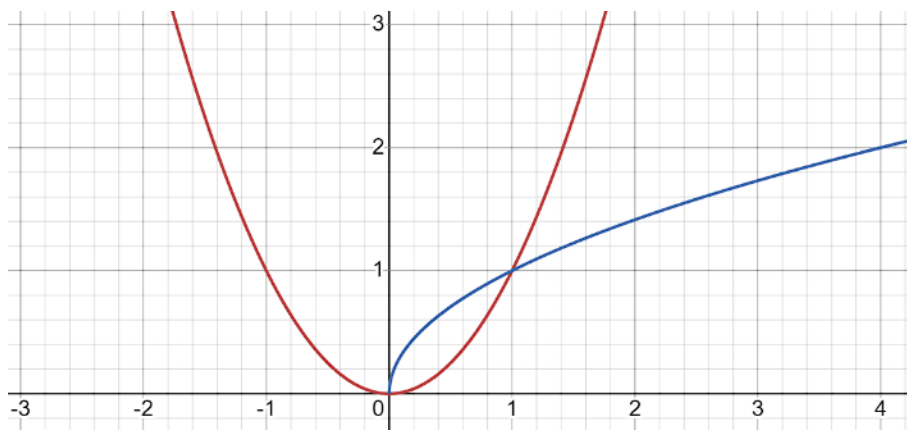


Рисунок 3.5 – Побудований графік до умови прикладу з кроку 16

Відповідь для переходу до наступного кроку: $x_1 = 0$ та $x_2 = 1$.

Якщо користувачем введено неправильну відповідь, то відкривається підказка, яка містить інформацію «Для знаходження абсциси точок перетину графіків функції, треба порівняти праві частини функції та розв’язати отримане рівняння.», інакше відбувається перехід до наступного кроку.

Крок 17. Перед користувачем з’являється екран з написом: «Ви завершили завдання з блоку «Раціональні рівняння».

Ви хочете повернутися до початкового екрану та обрати інший блок?»

Якщо відповідь обрано «Так, повернутися до початкового екрану», то відбувається перехід, інакше завершується робота навчальної програми.

2.4. Блок-схема програми-тренажера

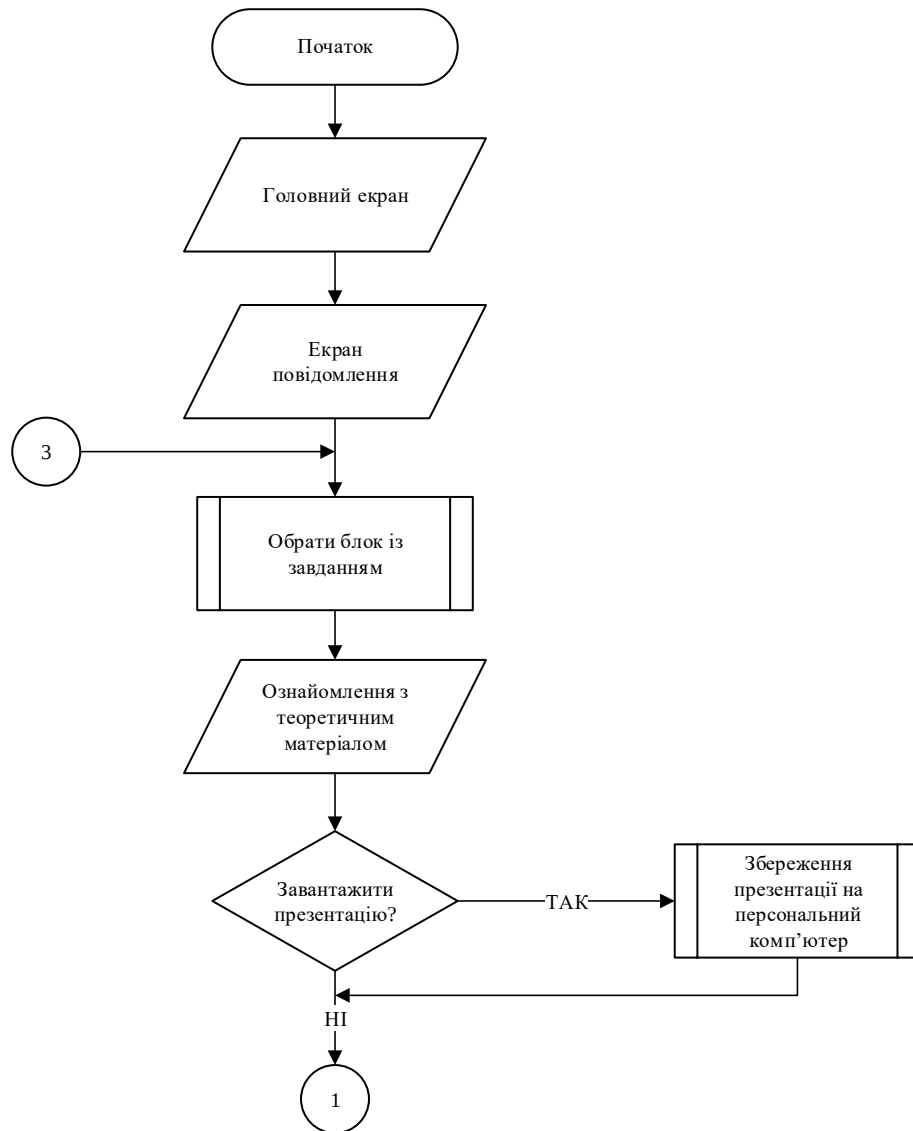


Рисунок 3.6 – Блок-схема роботи алгоритму

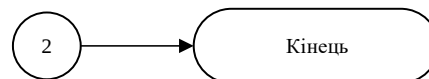


Рисунок 3.7 – Елемент блок-схеми роботи алгоритму

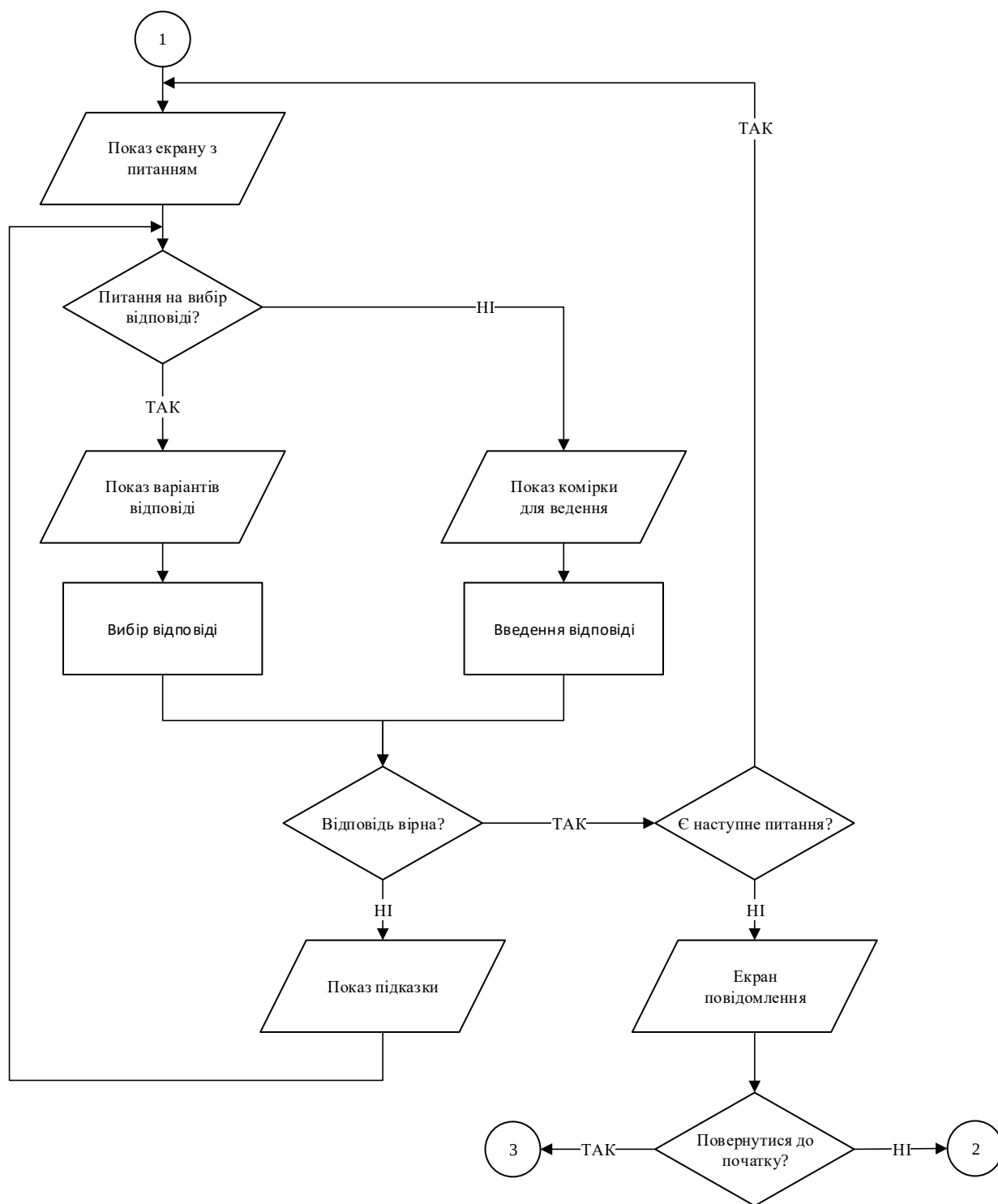


Рисунок 3.8 – Елемент блок-схеми роботи алгоритму

2.5. Обґрунтування вибору мови програмування

C# – це мова програмування, яка посідає визначне місце у світі розробки програмного забезпечення. Вона привертає увагу розробників з усього світу завдяки своїй потужності, універсальності та широкому спектру застосування.

Історія C# почалася наприкінці 1990-х років, коли Microsoft відчула необхідність у новій мові програмування, здатній ефективно працювати в середовищі Windows і сумісній із платформою .NET. У результаті зусиль команди розробників під керівництвом Андерса Гейлсберга було створено C#.

Мову було випущено 2000 року і відтоді вона активно розвивається. C# став одним із ключових елементів .NET, платформи розробки додатків, наданої Microsoft. З кожною новою версією C# набував нових можливостей і вдосконалень, роблячи її більш потужним і гнучким інструментом для розробників.

Сьогодні C# широко використовується в безлічі галузей, від створення настільних додатків і веб-сервісів до розробки мобільних додатків та ігор. Його популярність і затребуваність на ринку роблять його однією з найперспективніших мов програмування для вивчення і використання.

Основні особливості C#

1. Сучасний і відкритий

C# – це сучасна мова програмування, яка активно розвивається та оновлюється Microsoft. Нові версії C# регулярно додають нові можливості та покращення, роблячи її продуктивнішою та зручнішою для розробників. Стандарт мови також відкритий і підтримується спільнотою розробників, що сприяє її еволюції.

2. Багатоплатформеність

Однією з ключових особливостей C# є його багатоплатформеність. Хоча C# був спочатку розроблений для Windows, з появою .NET Core і .NET+ він став крос-платформною мовою. Це означає, що ви можете розробляти додатки на C# для різних операційних систем, включно з Windows, Linux і macOS.

3. Об'єктно-орієнтований

C# є об'єктно-орієнтованою мовою програмування, що означає, що вона орієнтована на створення об'єктів і класів для організації коду. Це сприяє модульності, повторному використанню коду та спрощенню розробки. Об'єктно-орієнтований підхід дає змогу створювати чистіший і структурованіший код, що полегшує його розуміння та підтримку.

Порівнявши C# з іншими популярними мовами програмування, такими як JavaScript, Java і C++, можна виділити такі переваги:

- **простий синтаксис:** C# має легкий для розуміння синтаксис, що робить його доступним для новачків;
- **сильна типізація:** C# забезпечує високий рівень безпеки та запобігає безлічі помилок на етапі компіляції;
- **велика стандартна бібліотека:** .NET Framework надає велику стандартну бібліотеку, що містить безліч готових компонентів та інструментів;
- **інтеграція з Windows:** C# чудово інтегрується з операційною системою, даючи змогу створювати настільні додатки та системне ПЗ.

Використання C# має безліч переваг, наприклад, швидкий час розроблення, низький поріг входження, велика спільнота та ресурси, а також інтеграція з .NET і CLR. З урахуванням усіх цих чинників, C# залишається однією з найпопулярніших і найперспективніших мов програмування у світі.

Середовище програмування C# для розробки високопродуктивних додатків

Розробка високопродуктивних додатків на C# вимагає ефективного та потужного середовища програмування. Розглянемо, які середовища та інструменти надають можливість для розвитку високопродуктивних додатків.

1. Visual Studio

Це інтегроване середовище розробки з багатою функціональністю, яке полегшує створення високопродуктивних додатків.

Особливістю Visual Studio: інтелектуальні підказки та автодоповнення, налагодження та профілювання, інтеграція з .NET і Azure, підтримка розробки мобільних і веб-додатків.

2. Visual Studio Code

Легкове і безкоштовне середовище розроблення, що також Microsoft. Воно вирізняється високою продуктивністю і розширюваністю. Особливості Visual Studio Code включають: безліч плагінів і розширень, інтеграція з Git, крос-платформеність.

3. Rider

Це середовище розробки для C# від компанії JetBrains. Воно вирізняється високою продуктивністю і безліччю просунутих інструментів. Особливості Rider включають: автоматичний рефакторинг, інтеграцію з Unity, аналіз коду.

Ці програми для програмування на C# забезпечують розробникам усю необхідну функціональність для створення високопродуктивних додатків цією мовою. Вибір конкретного середовища залежить від уподобань і вимог проекту.

Переваги використання C# у розробці високопродуктивних додатків

Розглянемо, які саме переваги роблять C# найкращим вибором для створення високопродуктивних додатків.

1. Простота і зручність розробки

C# має простий та інтуїтивно зрозумілий синтаксис, що робить його відносно простим в освоєнні для початківців-розробників. Він також має безліч вбудованих функцій і бібліотек, які можуть допомогти розробникам прискорити процес розробки.

Приклади того, як C# може допомогти розробникам підвищити продуктивність їхніх додатків:

- C# є типобезпечною мовою, тобто компілятор перевіряє типи даних під час компіляції програми. Це допомагає уникнути помилок, які можуть призвести до зниження продуктивності.
- Об'єктно-орієнтоване програмування (ООП) дає змогу розробникам створювати складні додатки, які легко масштабуються та підтримувати. Це може підвищити продуктивність, особливо для додатків, які обробляють великий обсяг даних.

- C# підтримує багатопоточність, тобто можна виконувати кілька завдань одночасно. Це підвищує продуктивність, особливо для додатків, які обробляють великий обсяг даних.

2. Інтеграція з різними платформами та технологіями

Він також може бути інтегрований з різними технологіями, такими як бази даних, веб-сервіси та пристрої.

- Завдяки інтегруванню з різними хмарними технологіями як-от Azure і AWS, розробники можуть підвищити продуктивність своїх додатків, переклавши частину навантаження на хмарну інфраструктуру.

- C# може бути інтегрований з різними базами даних, такими як SQL Server і MySQL.

- Може бути, також інтегрований з різними веб-сервісами.

3. Багата екосистема та велика спільнота розробників

Ключові особливості C# для створення високопродуктивних додатків

Ключові особливості C# для створення високопродуктивних додатків можна розбити на такі аспекти:

1. Система типів і надійність

C# має потужну і сувору систему типів, яка допомагає запобігти безлічі помилок уже на етапі компіляції. Це гарантує створення більш надійних і продуктивних додатків. У системі типів C# також підтримуються поліморфізм, успадкування та інтерфейс, що сприяє гнучкості та розширюваності коду.

2. Механізм оптимізації

Вони дають змогу створювати високоефективний код і охоплюють автоматичне керування пам'яттю (збирання сміття) та оптимізацію виконання коду для досягнення найкращої продуктивності.

3. Підтримка багатопотоковості та асинхронного програмування

Розробка високопродуктивних додатків часто вимагає ефективної роботи з багатозадачністю та асинхронними операціями. C# надає багаті засоби для роботи з потоками виконання та асинхронними завданнями.

Багатопоточність допомагає ропарелелювати виконання завдань і ефективно використовувати багатоядерні процесори. С# надає засоби для створення та керування потоками, а також синхронізацію доступу до загальних ресурсів.

Асинхронне ж програмування в С# дає змогу виконувати неблокувальні операції, як-от робота з мережею або файлами, без блокування основного потоку виконання. Це сприяє більш чуйному призначеному для користувача інтерфейсу і загальній продуктивності програми.

Отже, С# – це універсальна мова програмування, простий синтаксис, широка стандартна бібліотека та багата екосистема якої роблять її привабливим вибором для професіоналів і розробників-початківців[22].

4. ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА

4.1. Опис розробки програмного забезпечення тренажера

Програмна реалізація інтерактивного навчального тренажера розпочалася із створення проекту-додатку Windows Forms (.NET Framework) у Visual Studio.

Після завантаження нового проекту наступним кроком додано 69 форм до кожного кроку алгоритму, який розроблений у пункті 3.3.

Всі форми мають спільні елементи керування такі як кнопки (*Button*) для перевірки та переходу на наступний крок, також елемент *Label* з умовою завдання. Інше наповнення міняється в залежності від того в який спосіб треба дати відповідь на запитання.

Перше з чим знайомиться учень в навчальному тренажері – це теоретичні відомості та завдання для самостійного розв’язку. Ці форми мають спільний елемент управління *WebView2*, який дає можливість вивести вміст з pdf файлу. Щоб використати цей елемент було встановлено плагін *Microsoft.Web.WebView2* до проекту. Форма з теоретичною відомістю містить реалізовану можливість зберегти презентацію з теми, яка зберігається в ресурсах проекту у форматі PowerPoint. На рисунку 4.1 показано реалізацію елементу керування «Зберегти презентацію».

В реалізації питань із вибором однієї правильної відповіді на допомогу прийшов елемент *RadioButton*, який дозволяє обрати лише один активний. Використані наступні властивості: *Enabled* (забороняє обирати повторно), *Checked* (стан активності: обрано/не обрано). На рисунку 4.2 продемонстровано реалізацію питання із елементом *RadioButton*.

В реалізації питань із вибором більше однієї відповіді на допомогу прийшов елемент *CheckBox*, який дозволяє обирати безкінечну кількість відповідей. Використані наступні властивості: *Enabled* (забороняє обирати повторно), *Checked* (стан активності: обрано/не обрано). На рисунку 4.3 продемонстровано реалізацію питання із елементом *CheckBox*.

```
private void button2_Click(object sender, EventArgs e)
{
    SaveFileDialog saveFileDialog = new SaveFileDialog()
    {
        Filter = "PowerPoint Presentation (*.pptx)|*.pptx",
        Title = "Зберегти презентацію",
        FileName = "Lin_two.pptx"
    };
    if (saveFileDialog.ShowDialog() == DialogResult.OK)
    {
        string filePath = saveFileDialog.FileName;

        try
        {
            File.WriteAllBytes(filePath, Properties.Resources.Lin_two);
            MessageBox.Show("Презентацію успішно збережено!", "Успіх");
        }
        catch (Exception ex)
        {
            MessageBox.Show($"Помилка під час збереження файлу: {ex.Message}", "Помилка");
        }
    }
}
```

Рисунок 4.1 – Реалізація збереження презентації

```
private void button1_Click(object sender, EventArgs e)
{
    if (radioButton1.Checked || radioButton2.Checked)
    {
        MessageBox.Show("Рівняння виду  $ax+by=c$ , де  $x, y$  – змінні,  $a, b, c$  – деякі числа (коефіцієнти рівняння).",
            "Підказка", MessageBoxButtons.OK, MessageBoxIcon.Information);
    }

    if (radioButton3.Checked)
    {
        button1.Visible = false;
        button2.Visible = true;
        button3.Enabled = false;

        radioButton1.Enabled = false;
        radioButton2.Enabled = false;
    }

    if (radioButton1.Checked == false && radioButton2.Checked == false && radioButton3.Checked == false)
    {
        MessageBox.Show("Оберіть відповідь.", "Увага!", MessageBoxButtons.OK, MessageBoxIcon.Information);
    }

    if (radioButton1.Checked)
    {
        radioButton1.Enabled = false;
    }

    if (radioButton2.Checked)
    {
        radioButton2.Enabled = false;
    }
}
```

Рисунок 4.2 – Реалізація питань з вибором однієї відповіді

В реалізації питань із вибором послідовності розв'язку алгоритму використано елемент *ComboBox*, який дає можливість обрати із випадючого списку любую інформацію. Використані наступні властивості елементу: *Enabled* (забороняє обирати повторно), *SelectedIndex* (при значенні -1 програма має на увазі, що не обрано ніякий варіант із списку, інші значення дорівнюють номеру

елементу по порядку). На рисунку 4.4 продемонстровано реалізацію питання із елементом *ComboBox*.

```
private void button1_Click(object sender, EventArgs e)
{
    if ((checkBox1.Checked && checkBox2.Checked && checkBox3.Checked && checkBox4.Checked) || checkBox2.Checked || checkBox4.Checked)
    {
        MessageBox.Show("Рівняння виду  $ax+by=c$ , де  $x,y$  – змінні,  $a, b, c$  – деякі числа (коефіцієнти рівняння).",
            "Підказка", MessageBoxButtons.OK, MessageBoxIcon.Information);
    }
    else if (checkBox1.Checked && checkBox3.Checked)
    {
        button1.Visible = false;
        button2.Visible = true;
        button3.Enabled = false;

        checkBox1.Enabled = false;
        checkBox2.Enabled = false;
        checkBox3.Enabled = false;
        checkBox4.Enabled = false;
    }
    else if (checkBox1.Checked == false && checkBox2.Checked == false && checkBox3.Checked == false && checkBox4.Checked == false)
    {
        MessageBox.Show("Оберіть декілька відповідей.", "Увага!", MessageBoxButtons.OK, MessageBoxIcon.Information);
    }
}
```

Рисунок 4.3 – Реалізація питань з вибором декількох відповідей

```
private void button1_Click(object sender, EventArgs e)
{
    if (comboBox1.SelectedIndex == 3 && comboBox2.SelectedIndex == 1 && comboBox3.SelectedIndex == 4 && comboBox4.SelectedIndex == 2)
    {
        button1.Visible = false;
        button2.Visible = true;
        button3.Enabled = false;

        comboBox1.Enabled = false;
        comboBox2.Enabled = false;
        comboBox3.Enabled = false;
        comboBox4.Enabled = false;
    }

    if (comboBox1.SelectedIndex == -1 && comboBox2.SelectedIndex == -1 && comboBox3.SelectedIndex == -1 && comboBox4.SelectedIndex == -1)
    {
        MessageBox.Show("Оберіть відповідь.", "Увага!", MessageBoxButtons.OK, MessageBoxIcon.Information);
    }
    else if (comboBox1.SelectedIndex != 3 || comboBox2.SelectedIndex != 1 || comboBox3.SelectedIndex != 4 || comboBox4.SelectedIndex != 2)
    {
        MessageBox.Show("Першим кроком потрібно виразити з будь-якого рівняння системи одну змінну через іншу." + Environment.NewLine +
            "Другим кроком підставити в інше рівняння системи замість цієї змінної одержаний вираз." + Environment.NewLine +
            "Третім кроком розв'язати отримане рівняння системи з однією змінною." + Environment.NewLine +
            "Четвертим кроком знайти відповідне отриманому, значення першої змінної.",
            "Підказка", MessageBoxButtons.OK, MessageBoxIcon.Information);
    }
}
```

Рисунок 4.4 – Реалізація питань з вибором декількох відповідей.

В реалізації завдань із веденням відповіді до комірок використаний елемент *TextBox*, який дає можливість вести дані. Використані наступні властивості елемента: *Enabled* (забороняє обирати повторно), *SelectedIndex* (при значенні -1 програма має на увазі, що не обрано ніякий варіант із списку, інші значення дорівнюють номеру елемента по порядку). Кожен *TextBox* має описану властивість *KeyPress* з допомогою якої було реалізовано введення лише цифр та

спеціальних символів таких як: «,», «.», «/», «-», «(», «)», «[», «]», «;», «∞».

Рисунок 4.5 показує, як це реалізовано в програмі.

На цих формах присутнім є елемент *PictureBox*, який використовується для відображення підказки з допомогою властивості *Visible*. На рисунку 4.6 продемонстровано реалізацію питання із елементом *ComboBox*.

```
private void textBox1_KeyPress(object sender, KeyPressEventArgs e)
{
    if (!char.IsControl(e.KeyChar) && !char.IsDigit(e.KeyChar))
    {
        e.Handled = true;
    }
}
```

Рисунок 4.5 – Реалізація властивості *TextBox*

```
private void button1_Click(object sender, EventArgs e)
{
    if (textBox1.Text == "" || textBox2.Text == "")
    {
        MessageBox.Show("Впишіть відповіді до комірок.", "Увага!", MessageBoxButtons.OK, MessageBoxIcon.Information);
    }
    else if (textBox1.Text == "[-∞;4]" && textBox2.Text == "[-3;∞)")
    {
        button1.Visible = false;
        button2.Visible = true;
        button3.Enabled = false;

        textBox1.Enabled = false;
        textBox2.Enabled = false;
    }
    else
    {
        MessageBox.Show("Для знаходження відповідей на завдання треба спочатку знайти координати вершини параболи. " + Environment.NewLine +
            "Далі знайти точки перетину з віссю Ох." + Environment.NewLine +
            "Далі знаходимо множину значень функції, де це множина тих значень, яких може набувати сама функція." + Environment.NewLine +
            "при всіх значеннях аргументу з області визначення.", "Підказка", MessageBoxButtons.OK, MessageBoxIcon.Information);
    }
}
```

Рисунок 4.6 – Реалізація питання з веденням відповіді до комірок

В реалізації завдань на побудову графіків використаний елемент *Chart*, який дає можливість будувати різні типи графіків, а саме: лінійні, гістограми, кругові тощо (рис. 4.7). Наступні використані параметри допомогли реалізувати це завдання:

Параметр *Titles* дозволив вказати будь-який заголовок для побудованого графіку.

Параметр *ChartType* визначає тип діаграми. В навчальному тренажері використовується лише лінійний тип.

Параметр *Points* визначає дані для побудови, координати яких передаються через введенні учнем значення в текстові поля (*TextBox*).

Параметр *ChartAreas* визначає діапазон і тип сітки (точки або лінії) для побудови діаграми.

```
private void button1_Click(object sender, EventArgs e)
{
    if (textBox1.Text == "" || textBox2.Text == "" || textBox3.Text == "" || textBox4.Text == "")
    {
        MessageBox.Show("Введіть відповідні до копірок.", "Yeara!", MessageBoxButtons.OK, MessageBoxIcon.Information);
    }
    else if (textBox1.Text == "0" && textBox2.Text == "10" && ((textBox3.Text == "6" && textBox4.Text == "1") ||
        (textBox3.Text == "4" && textBox4.Text == "4")))
    {
        chart1.Titles.Add("Графік рівняння 3x+2y=20");
        Series series = new Series("Мої дані");
        series.ChartType = SeriesChartType.Line;
        series.Points.AddXY(textBox1.Text, textBox2.Text);
        series.Points.AddXY(textBox3.Text, textBox4.Text);
        chart1.Series.Clear();
        chart1.Series.Add(series);
        chart1.ChartAreas[0].AxisX.Interval = 1;
        chart1.ChartAreas[0].AxisX.MinorGrid.Interval = 1;
        chart1.ChartAreas[0].AxisX.MinorGrid.Enabled = true;
        chart1.ChartAreas[0].AxisY.Interval = 1;
        chart1.ChartAreas[0].AxisY.MinorGrid.Interval = 1;
        chart1.ChartAreas[0].AxisY.MinorGrid.Enabled = true;
        chart1.ChartAreas[0].AxisX.MajorGrid.LineDashStyle = ChartDashStyle.Dash;
        chart1.ChartAreas[0].AxisY.MajorGrid.LineDashStyle = ChartDashStyle.Dash;
        chart1.ChartAreas[0].AxisX.MinorGrid.LineDashStyle = ChartDashStyle.Dot;
        chart1.ChartAreas[0].AxisY.MinorGrid.LineDashStyle = ChartDashStyle.Dot;
        chart1.ChartAreas[0].AxisX.Title = "X";
        chart1.ChartAreas[0].AxisY.Title = "Y";
        button1.Visible = false;
        button2.Visible = true;
        button4.Enabled = false;
        textBox1.Enabled = false;
        textBox2.Enabled = false;
        textBox3.Enabled = false;
        textBox4.Enabled = false;
    }
    else
    {
        MessageBox.Show("Графіком рівняння з двома змінними є прима з точками (0; 10) та (6; 1) або (4; 4).",
            "Підказка", MessageBoxButtons.OK, MessageBoxIcon.Information);
        button4.Visible = true;
    }
}
```

Рисунок 4.7 – Реалізація завдання з побудовою графіка

В навчальному тренажері реалізовано завдання із встановлення відповідності між рівняннями та їх коренями, тобто відповідь треба перетягнути навпроти рівняння якому воно підходить.

Для виконання цього кроку використані наступні події елементів *Label*: подія *MouseDown*, подія *MouseMove* та *MouseUp*. Також додається елемент *Rectangle* (додавання до форми зображено на рисунку 4.8), до якого потрібно перетягнути елемент відповіді. На рисунку 4.9 показано реалізація подій елементу *Label*.

Подія *MouseDown* спрацьовує при натисканні лівої кнопки миші, коли курсор знаходиться на елементі управління *Label*.

Подія *MouseMove* викликається, коли затиснутий вказівник миші переміщується по формі.

Подія *MouseUp* відпрацьовує, коли ліву кнопку миші відпускають та вказівник миші при цьому знаходиться на елементі управління *Label*.

Для зручного перевірення відповідей, кожному елементу *Label* присвоюються 1 або 0 в залежності від положення відносно прямокутника в якому він повинен бути.

```
private bool isDragging = false;
private int[] vid = { 0, 0, 0, 0, 0 };
private Point dragStart;
private Rectangle targetRectangle1;
private Rectangle targetRectangle2;
private Rectangle targetRectangle3;
private Rectangle targetRectangle4;
private Rectangle targetRectangle5;

Ссылка 2
public Block_3_15()
{
    InitializeComponent();
    button2.Visible = false;
    InitializeCustomComponents();
}

Ссылка 1
private void InitializeCustomComponents()
{
    targetRectangle1 = new Rectangle(600, 133, 400, 35);
    targetRectangle2 = new Rectangle(600, 185, 400, 40);
    targetRectangle3 = new Rectangle(600, 244, 400, 50);
    targetRectangle4 = new Rectangle(600, 310, 400, 50);
    targetRectangle5 = new Rectangle(600, 375, 400, 35);

    label2.MouseDown += label2_MouseDown;
    label2.MouseMove += label2_MouseMove;
    label2.MouseUp += label2_MouseUp;
}
```

Рисунок 4.8 – Додавання *Rectangle* до форми

Для інформування при неправильній та порожній відповіді було реалізовані вікна-повідомлення з допомогою модального вікна *MessageBox*, яке блокує інші дії в програмному забезпеченні, доки не буде зачинене. Було додано для виводу саме повідомлення, назву вікна та кнопку *Ok*. На рисунках 4.1-4.4 можна побачити реалізацію цих вікон.

```

private void label2_MouseDown(object sender, MouseEventArgs e)
{
    isDragging = true;
    dragStart = e.Location;
}

Ссылка 2
private void label2_MouseMove(object sender, MouseEventArgs e)
{
    if (isDragging && sender is Label label)
    {
        int newX = label.Left + e.X - dragStart.X;
        int newY = label.Top + e.Y - dragStart.Y;
        label.Location = new Point(newX, newY);
    }
}

Ссылка 2
private void label2_MouseUp(object sender, MouseEventArgs e)
{
    if (!isDragging) return;
    isDragging = false;

    if (sender is Label label)
    {
        if (!targetRectangle5.Contains(label.Location))
        {
            vid[0] = 1;
        }
        else
        {
            vid[0] = 0;
        }
    }
}

```

Рисунок 4.9 – Реалізація подій для *Label* в завданні на перетягування відповіді

Перехід між кроками було реалізовано через створений клас *Queue_Forms* (рис. 4.10). З допомогою цього класу зберігаються форми в черзі та дозволяє повернутися до них пізніше. Черга дотримується порядку: перший увійшов – перший вийшов.

Метод *GoToForm* відповідає за перехід між формами:

- *currentForm* – визначає поточну форму.
- *nextForm* – форма, на яку потрібно перейти.
- *skip* – прапорець, який визначає, чи слід зберегти поточну форму в черзі пропущених.

Метод *GoToBack* відповідає за повернення до попередньої форми. Якщо черга *skippedForms* не пуста, то береться перша форма з черги (використовується *Dequeue*, щоб видалити її з черги), а потім поточна форма закривається (*currentForm.Close()*) та повернена відкривається (*previous.Show()*).

Якщо черга порожня відкривається остання форма, яка є завершальною у програмній реалізації.

Реалізацію використання цього класу на формах можна побачити на рисунку 4.11.

```

internal class Queue_forms
{
    private static Queue<Form> skippedForms = new Queue<Form>();

    Ссылка 99+
    public static void GoToForm(Form currentForm, Form nextForm, bool skip = false)
    {
        if (skip)
        {
            skippedForms.Enqueue(currentForm);
            currentForm = nextForm;
            nextForm.Show();
        }
        else
        {
            currentForm = nextForm;
            nextForm.Show();
        }
    }

    Ссылка 4
    public static void GoToBack(Form currentForm)
    {
        if(skippedForms.Count > 0)
        {
            Form previous = skippedForms.Dequeue();
            currentForm.Close();
            previous.Show();
        }
        else
        {
            End_1 end_1 = new End_1();
            end_1.Show();
        }
    }
}

```

Рисунок 4.10 – Реалізація класу *Queue_Forms*

```

private void button2_Click(object sender, EventArgs e)
{
    Block_1_13 block_1_13 = new Block_1_13();
    Queue_forms.GoToForm(this, block_1_13);
    Hide();
}

Ссылка: 1
private void button3_Click(object sender, EventArgs e)
{
    Block_1_13 block_1_13 = new Block_1_13();
    Queue_forms.GoToForm(this, block_1_13, skip: true);
    Hide();
}

```

Рисунок 4.11 – Реалізація переходу між формами

4.2. Опис роботи навчального тренажера

Першим кроком до початку роботи з навчальним тренажером є його завантаження та запуск. Після чого перед учнем з'являється головна форма, яка собою подає інформацію про тему, виконавця та наукового керівника, а також єдиний елемент переходу далі, кнопку «Розпочати». На рисунку 4.12 показана дана розроблена форма.

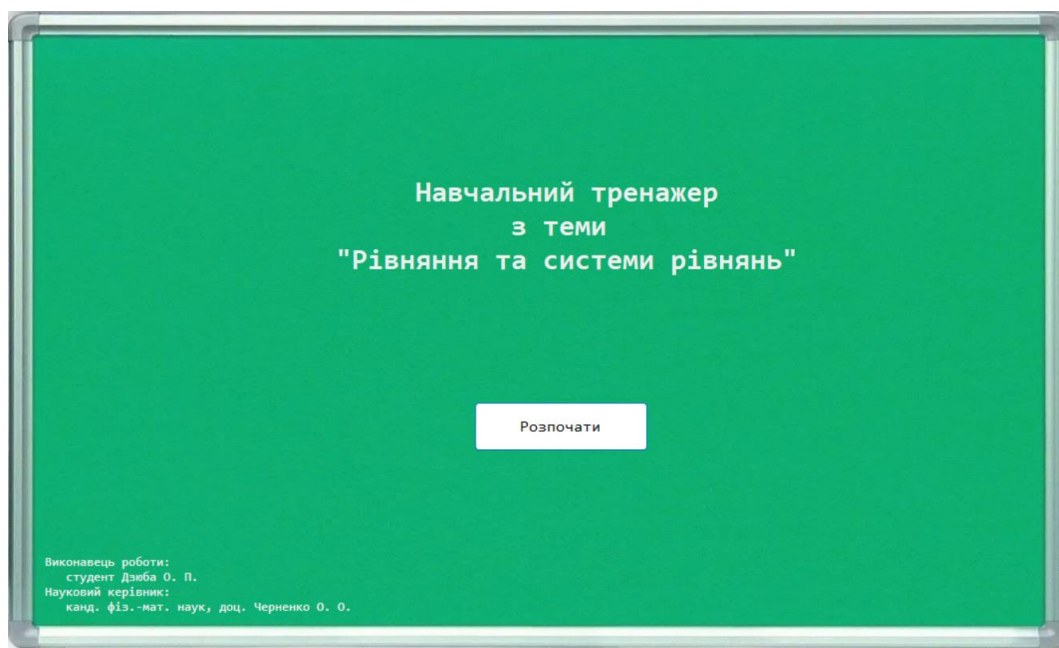


Рисунок 4.12 – Головна форма навчального тренажера

Після натискання відбувається перехід до інформаційної форми, де учень отримує слова наставлення (рис. 4.13) та одразу може переходити далі до вибору розділів.

Інтерактивний навчальний тренажер містить чотири розділи на вибір (рис. 4.14). Вчитель або учень може обрати будь-який розділ для перевірки своїх знань та навичок.

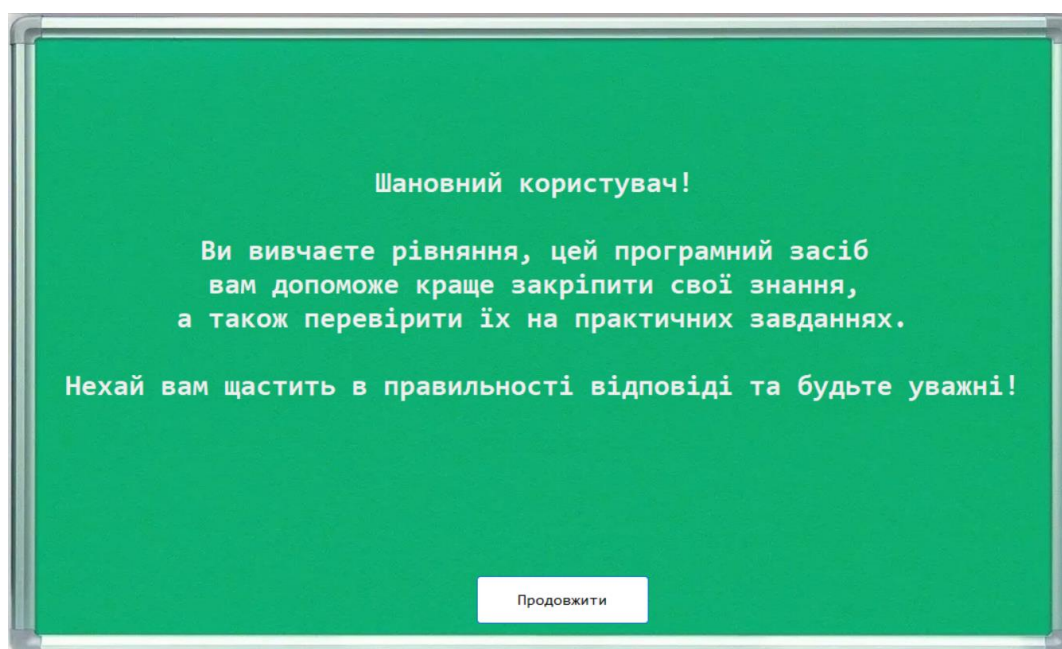


Рисунок 4.13 – Інформаційна форма

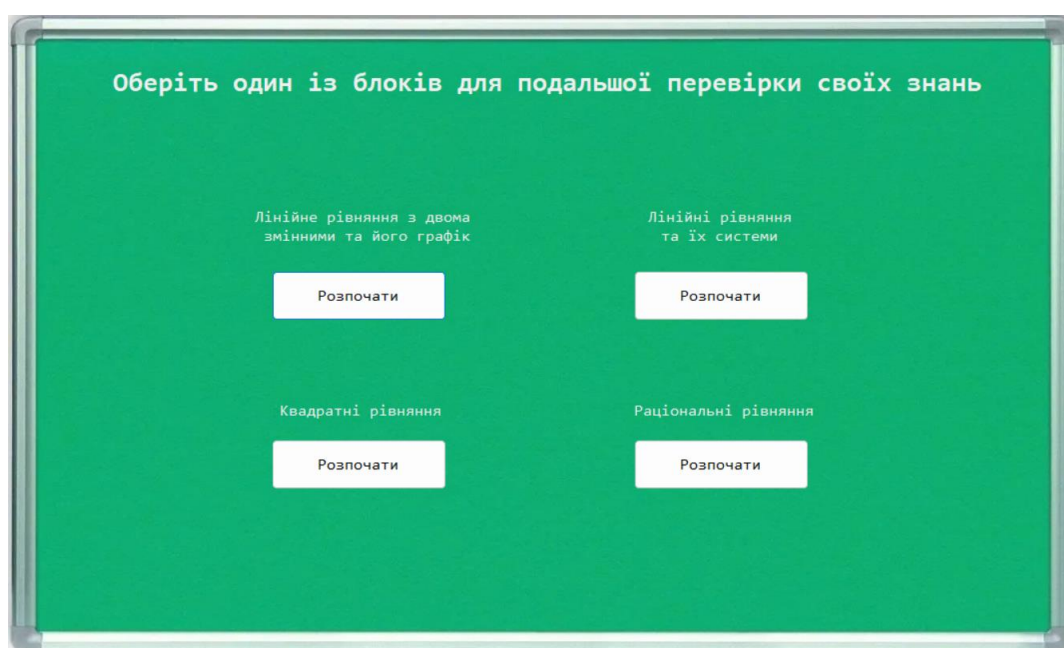


Рисунок 4.14 – Форма з вибором розділів

Коли було зроблено вибір розділу, користувач отримує форму з теоретичними відомостями по заданій темі. Дана форма містить в собі екран з відомостями та два елементи при натисканні на які можна або перейти далі, або завантажити собі на персональний комп'ютер презентацію з теорією (рис. 4.15).

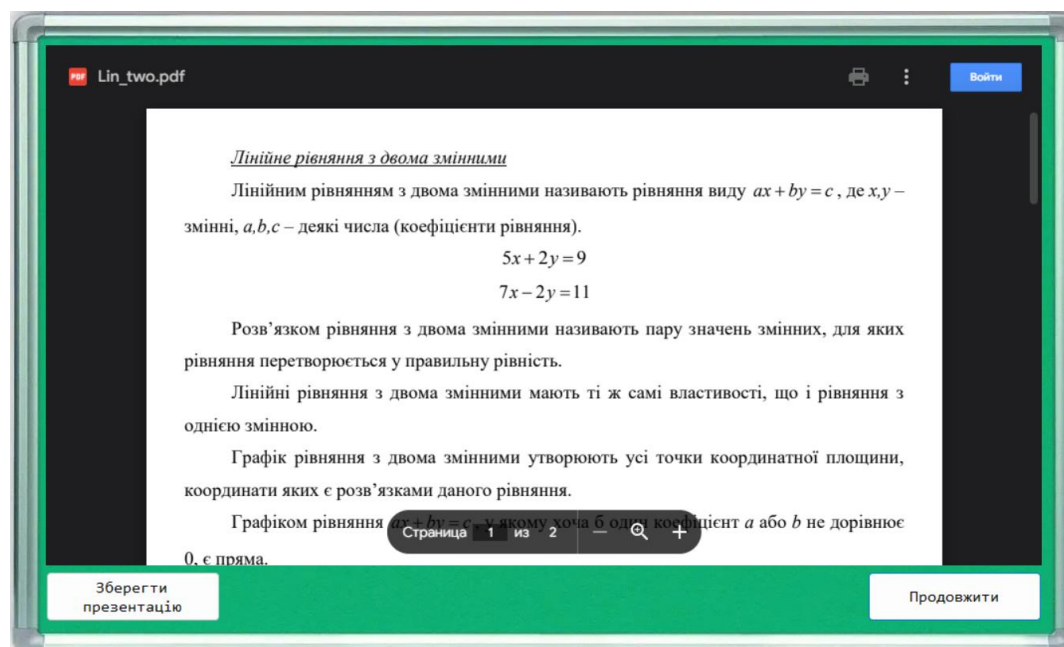


Рисунок 4.15 – Форма з теоретичними відомостями

При переході далі на екрані з'являється інформаційна форма із завданнями для самостійної перевірки своїх вмінь. Користувач може виписати та потренувати свої навички після того як завершить роботу з навчальним тренажером (рис. 4.16).

Після всіх інформаційних форм розпочинаються теоретичні питання. Першим у всіх розділах є питання на вибір однієї правильної відповіді із представлених. Рисунок 4.17 показує одне з таких питань.

Коли учень обрав відповідь та натиснув «Відповісти» навчальний тренажер, якщо відповідь неправильна видає інформаційне повідомлення (рис. 4.18) з підказкою, після закриття якої у користувача є змога відповісти вірно але обрати повторно ту ж відповідь не зможе.

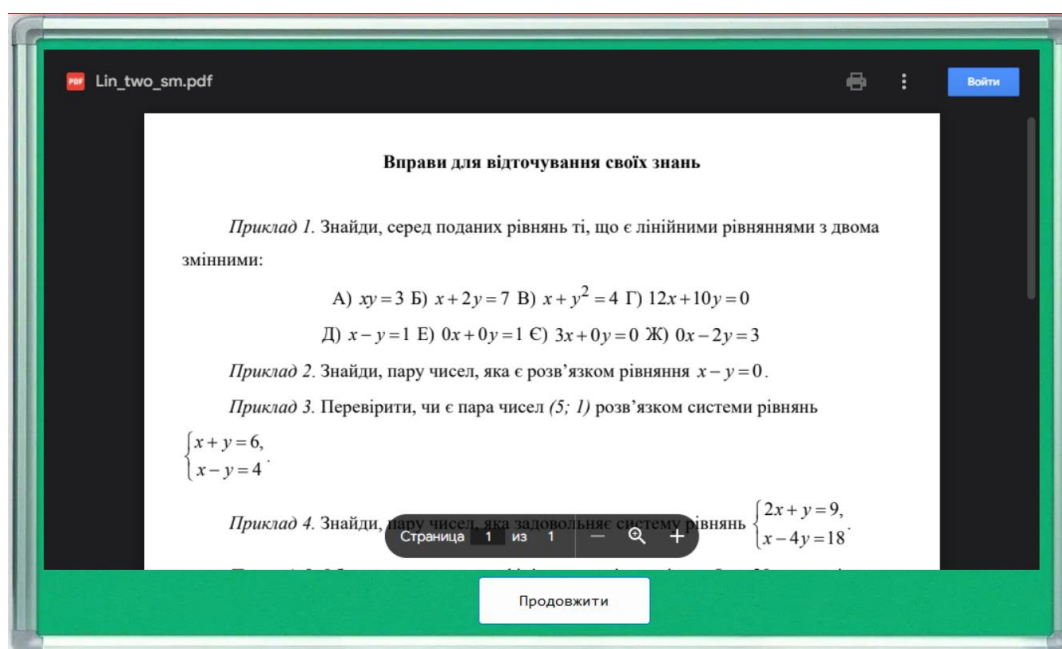


Рисунок 4.16 – Інформаційна форма із завданнями для самостійного розв'язку

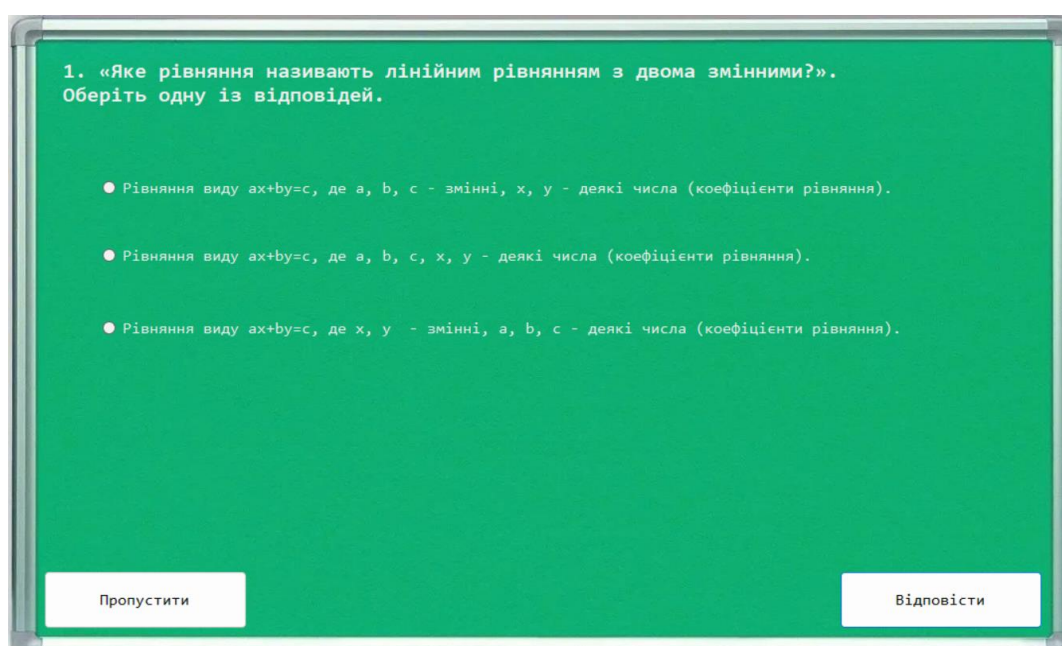


Рисунок 4.17 – Питання з вибором однієї правильної відповіді із представлених

Якщо відповідь правильна, то з'являється елемент «Далі» при натисканні на який відбувається перехід на наступний крок.

Кожна форма із завданнями має елемент «Пропустити» натискаючи на який відбувається одразу перехід до наступного завдання.

Якщо учень пропустив якесь поле для ведення або не обрав жодної відповіді він отримає повідомлення, яке показано на рисунку 4.19.

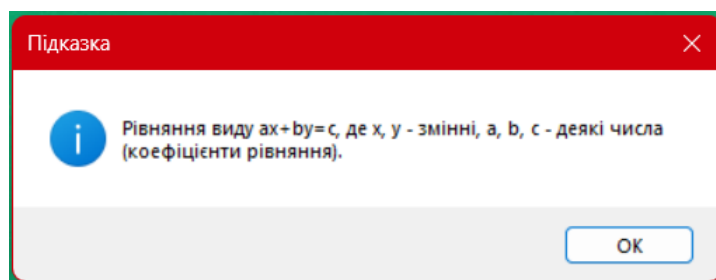


Рисунок 4.18 – Інформаційна підказка

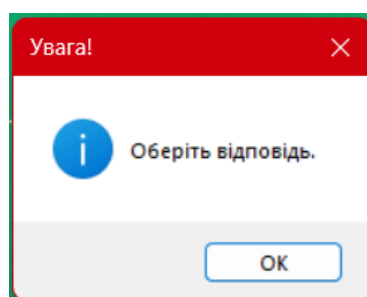


Рисунок 4.19 – Інформаційне повідомлення про порожню відповідь

В навчальному тренажері реалізовані питання із вибором послідовності, тобто учневі треба із випадającego списку обрати номер кроку під яким виконується алгоритм розв'язку. На рисунку 4.20 продемонстровано одну із таких форм.

Також для перевірки знань користувачів є питання з вибором декількох відповідей (дві і більше). На рисунку 4.21 можна побачити вигляд цього завдання на формі.

В розділі «Квадратні рівняння» є завдання із перетягуванням відповіді до відповідної умови прикладу. Щоб виконати завдання, треба навести курсор миші на одну з відповідей в нижній частині форми, затиснути ліву кнопку миші та перетягнути її у відповідне місце з правої сторони рівняння (рис. 4.22).

6. «Встановіть послідовність порядку дій алгоритму розв’язку системи рівнянь способом підстановки.». Оберіть номери послідовності.

- ☐ 1 Розв’язати отримане рівняння з однією змінною.
- ☐ 2 Виразити з будь-якого рівняння системи одну змінну через іншу.
- ☐ 3 Знайти відповідне отриманому, значення першої змінної.
- ☐ 4 Підставити в інше рівняння системи замість цієї змінної одержаний вираз.

Пропустити Відповісти

Рисунок 4.20 – Завдання із вибором послідовності

8. «Яке з рівнянь є лінійним рівнянням з двома змінними?». Оберіть декілька відповідей.

- ☐ 1 $5x+2y=9$
- ☐ 2 $5x+2=9$
- ☐ 3 $7x-2y=11$
- ☐ 4 $2y=9$

Пропустити Відповісти

Рисунок 4.21 – Завдання із вибором більше однієї відповіді

Після теоретичних питань перед учнем почнуть з’являтися завдання на ведення відповіді, де треба буде самостійно знайти відповідь та вписати її до порожньої комірки на екрані. На рисунку 4.23 зображено один із типових прикладів на ведення даних.

10. «Встановіть відповідність між квадратними рівняннями та їх коренями». Перетягнути відповідності до рівняння.

$x^2 - 4x + 3 = 0$	
$x^2 - 24x - 81 = 0$	
$x^2 + 8x + 12 = 0$	
$x^2 + x - 12 = 0$	
$x^2 - 7x + 10 = 0$	

1) 2 і 5 2) -4 і 3 3) -3 і 27 4) -6 і -2 5) 1 і 3

Пропустити Відповісти

Рисунок 4.22 – Завдання із перетягуванням відповіді на відповідні місця

11. «Заповніть пропуски так, щоб утворені записи були правильні (розв'язати системи способом підстановки)». $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x - 5y = 8 \end{cases}$
Впишіть відповідь до комірки.

Для введення в комірку використовуйте цифри та наступні символи ('-', '/', '.', ',', ' ')

$\begin{cases} x = \text{ } \\ y = \text{ } \end{cases}$

Пропустити Відповісти

Рисунок 4.23 – Одне із завдань на ведення відповідей самостійно

Учень може водити до порожніх комірок лише цифри та лише знаки, які вказані на формі над клітинками.

Якщо користувач не вів відповіді, то з'являється повідомлення, яке має вигляд як на рис. 4.19.

Якщо було допущено помилку, то з'являється інформаційне повідомлення з рис. 4.18 та допоміжна підказка під комірками із етапом розв'язку завдання (рис. 4.24). В деяких об'ємних розв'язках учневі доступні дві підказки але якщо після першої підказки дано правильну відповідь, друга не з'являється.

11. «Заповніть пропуски так, щоб утворені записи були правильні (розв'язати системи способом підстановки)». $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x - 5y = 8 \end{cases}$
Впишіть відповідь до комірки.

Для введення в комірку використовуйте цифри та наступні символи ('-', '/', '.', '^', 'x')

$\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$

Підказка: $\begin{cases} x = 2y + 4 \\ 2x - 5y = 8 \end{cases}$

Пропустити Відповісти

Рисунок 4.24 – Одне із завдань на ведення відповідей самостійно з підказкою

В інтерактивному навчальному тренажері було реалізовано завдання із побудовою графіків. Для того, щоб виконати завдання учневі треба в вільні комірки ввести координати двох точок, які належать рівнянню по умові. Після чого відбудеться побудова графіку. Якщо було ведено не правильні координати, на екрані з'являється елемент «Очистити», при натисканні на який всі поля стають порожніми. На рисунку 4.25 наведено один із прикладів побудови графіків.

Коли учень закінчив завдання із побудови графіку (останнє завдання у всіх розділах) він потрапляє до кінцевої форми. З цього вікна можна перейти до початку або повністю завершити роботу з навчальним тренажером. Рисунок 4.26 демонструє одну із кінцевих форм у програмному засобі.

16. «Побудувати графік рівняння: $3x+2y=20$ ». Введіть до комірок координати точок.

x1

y1

x2

y2

Пропустити

Відповісти

Рисунок 4.25 – Завдання з побудови графіку

Шановний користувач!

Ви завершили завдання з блоку «Лінійне рівняння з двома змінними та його графік».

Ви хочете повернутися до початкового екрану та обрати інший блок?

Так

Ні

Рисунок 4.26 – Приклад кінцевої форми навчального тренажера

ВИСНОВКИ

В ході виконання кваліфікаційної роботи виконано головну задачу, а саме розроблено програмне забезпечення з теми «Рівняння та системи рівнянь» шкільного курсу математики.

При виконанні було виконанні основні завдання:

1. Розглянуто переваги та недоліки дистанційного навчання.
2. Зроблено огляді та проаналізовано наявні роботи з аналогічним завданням та реалізацією. Виокремлено переваги та труднощі у використанні в оглянутих програмних продуктах.
3. Розглянуто теоретичний матеріал з теми «Рівняння та системи рівнянь». Виокремлено основний матеріал.
4. Розроблено та описано структуру навчального тренажера-посібника.
5. Розроблено алгоритм роботи навчального тренажера з теми «Рівняння та системи рівнянь» відповідно до розробленої структури.
6. Розроблено блок-схему, яка відповідає алгоритму роботи тренажера.
7. Обґрунтовано вибір мови програмування, яка використовується для програмної реалізації.
8. Описано процеси розробки програмного забезпечення тренажера.
9. Описано безпосередня робота інтерактивного навчального тренажера.

В розробленому навчальному тренажері є чотири блоки. Кожен блок має теоретичний матеріал та типові приклади для самостійного розв'язку. Блок складається із теоретичних та практичних завдань. Завдання мають різний характер виконання, а саме: обрати одну або декілька відповідей, поставити відповідність у алгоритмі розв'язку, перетягнути правильні відповіді відповідно до умови, вписати розв'язок до комірки та побудувати графік рівняння.

Кожне завдання містить в собі допоміжні підказки, які допомагають знайти помилку та виправити її.

Робота пройшла апробацію на X Міжнародній молодіжній науково-практичній інтернет-конференції «Наука і молодь в ХХІ сторіччі», яка пройшла в 2024 року.

Результати роботи обґрунтовані та матеріали опублікуванні у віснику студентських наукових робіт «Студентський вісник ІТ STEP» в 2024 році.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Деякі питання організації дистанційного навчання. Офіційний вебпортал парламенту України. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z0941-20#Text> (дата звернення: 10.01.2024).
2. Про затвердження Положення про електронні освітні ресурси. Офіційний вебпортал парламенту України. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z1695-12#n13> (дата звернення: 10.01.2024).
3. Цильова З. Ю. Дистанційне навчання в школі. Переваги та недоліки. URL: <https://vseosvita.ua/library/dystantsiine-navchannia-v-shkoli-perevahy-ta-nedoliky-569935.html> (дата звернення 10.01.2024).
4. Биков В., Спірін О., Пінчук О. Сучасні завдання цифрової трансформації освіти. *Вісник Кафедри ЮНЕСКО «Неперервна професійна освіта XXI століття»*. Київ, 2020. С. 27-36.
5. Буряк О. Цифрові інструменти в управлінській діяльності закладу загальної середньої освіти. *Освітні технології. Освіта на Луганщині*, 2021. № 4 (65). С. 52-60.
6. Електронна освіта: переваги та недоліки. Ukr.Media. URL: <https://ukr.media/science/384312/> (дата звернення: 15.01.2024).
7. Дистанційна освіта – Вища освіта. ВНЗ – Вища освіта. URL: <http://vnz.org.ua/dystantsijna-osvita/pro> (дата звернення: 15.01.2024).
8. Коберник І., Звиняцьківська З. Організація дистанційного навчання в школі.: Методичні рекомендації, 2020. 71 с.
9. Лисогор Л., Берендєєв С., Ю. Косенчук Використання електронних освітніх матеріалів у освітньому процесі: сучасні підходи і технології Нової української школи. Випуск 1: Навч.-метод. посібник, Київ, 2023. 117 с.
10. Переваги та недоліки денного та дистанційного навчання, навчальний центр «Стимул» – навчання в Києві. URL: https://stimul.kiev.ua/articles.htm?a=perevagi_ta_nedoliki_dennogo_ta_distantiynogo_navchannya (дата звернення: 17.01.2024).

11. Проблеми та переваги дистанційного навчання. Науково-практична конференція «НОВІТНІ ОСВІТНІ ТЕХНОЛОГІЇ». URL: <https://confesp.fl.kpi.ua/ru/node/1031> (дата звернення: 17.01.2024).
12. Онлайн тренажер Рівняння з однією змінною – Новатіка. Новатіка. URL: <https://novatika.org/uk/7-klas-algebra/onlajn-trenazher-rivnyannya-z-odniyeyu-zminnoyu/> (дата звернення: 19.01.2024).
13. Онлайн тренажер Розв’язування систем двох лінійних рівнянь – Новатіка. Новатіка. URL: <https://novatika.org/uk/7-klas-algebra/onlajn-trenazher-rozvyazuvannya-sistem-dvoh-liniynih-rivnyan/> (дата звернення: 19.01.2024).
14. Матеріал: Навчальний посібник «Функції, їх графіки та властивості». URL: <https://vseosvita.ua/library/navchalnyi-posibnyk-funktsii-ikh-hrafikey-ta-vlastyvosti-709029.html> (дата звернення: 19.01.2024).
15. Квадратні Рівняння. Дискримінант | Тест з алгебри – «На Урок». Освітній проект «На Урок» для вчителів. URL: <https://naurok.com.ua/test/kvadratni-rivnyannya-diskriminant-2952421.html> (дата звернення: 19.01.2024).
16. Повторення вивченого у 7 класі. Лінійне рівняння з однією змінною | Тест з алгебри – «На Урок». Освітній проект «На Урок» для вчителів. URL: <https://naurok.com.ua/test/povtorenniya-vivchenogo-u-7-klasi-liniyne-rivnyannya-z-odnieyu-zminnoyu-2954894.html> (дата звернення: 19.01.2024).
17. Скляр О. В., Віра М. Б. Методика вивчення текстових задач в шкільному курсі алгебри: Навч. посіб. Ніжин, 2020. 91 с.
18. Новікова А. О., Швець В. О. Формування в учнів основної школи умінь математичного моделювання у процесі навчання алгебри: Навч. посіб. Київ: НПУ ім. М. П. Драгоманова., 2021. 305 с.
19. Мерзляк А., Полонський В., Якір М. Алгебра: Підручник для 7 класу: Підручник. Харків: «Гімназія», 2015. – С. 12-26, 173-218.
20. Істер О.С Алгебра: підручник для 8-го класу загальноосвітніх навчальних закладів: Підручник. Київ: Генеза, 2016. – С. 170-221.

21. Істер О.С. Алгебра: підручник для 8-го класу загальноосвітніх навчальних закладів: Підручник. Київ: Генеза, 2016. – С. 38-69.
22. Середовище програмування C# та його переваги. FormindEd. URL: <https://foxminded.ua/seredovyshche-prohramuvannia-si-sharp/> (дата звернення: 20.03.2024).
23. Гаркуша С. В. Методичні рекомендації щодо виконання кваліфікаційної роботи студентів спеціальності 122 Комп'ютерні науки освітня програма «Комп'ютерні науки» ступеня магістра / С. В. Гаркуша, О. В. Ольховська, О. О. Черненко. – Полтава: ПУЕТ, 2023. – 68 с. – 1 електрон. опт. диск (CVD-ROM).
24. Гаркуша С. В. Методичні рекомендації до виконання кваліфікаційної роботи студентів за освітньою програмою «Комп'ютерні науки» спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» ступеня магістра / С. В. Гаркуша, О. В. Ольховська, О. О. Черненко. – Полтава: ПУЕТ, 2024. – 70 с.