

Еміль

Міністерство Освіти України
Інститут Математики
Національної Академії Наук України
Національний Технічний Університет України (КПІ)

***Сьома
Міжнародна Наукова
Конференція
імені академіка М. Кравчука***

(14 - 16 травня 1998 р., Київ)

Матеріали Конференції

MINISTRY OF EDUCATION OF UKRAINE
INSTITUTE OF MATHEMATICS,
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF UKRAINE
NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF UKRAINE (KPI)

**Seventh
International Scientific
Kravchuk Conference**

(14 – 16 May, 1998, Kyiv)

CONFERENCE MATERIALS

Kyiv – 1998

OPTIMIZATION PROBLEMS ON A SET OF POLYARRANGEMENTS

Yemets Oleg, Yemets Yelizaveta, Poltava

State Technical University named in honour of Uriy Kondratyuk

24, Pershotravnevy ave., Poltava, 314011, Ukraine

Poltava Co-operative Institute

2, Kovalya Str., Poltava, 314000, Ukraine

E-mail: marina @ekost.poltava.ua (Sub. for Yemets)

Consider the Euclidean combinatorial set of polyarrangement $E_{\eta}^{k_s}(G, H)$

[1]. Let $G^{N_i} \subset G$ be a multiset with η_i elements ($\eta_i = |N_i| \quad \forall i \in J_s = \{1, \dots, s\}$), G^{N_i} consists of elements from G $g_1^{N_i}, g_2^{N_i}, \dots, g_{\eta_i}^{N_i}$, with numbers from the set N_i , $\eta_1 + \dots + \eta_s = \eta$; k_1, \dots, k_r are natural summands, which satisfy the condition $1 \leq k_i \leq \eta_i \quad \forall i \in J_s$, and in a sum give k . Let $J_n^0 = J_n \cup \{0\}$. Order without loss of generality components of the multiset G^{N_i} :

$$g_1^{N_i} \leq \dots \leq g_{\eta_i}^{N_i}. \quad (1)$$

Let

$$r_j, s_j \in J_{k_j}^0, \quad s_j + r_j = k_j \quad \forall j \in J_r. \quad (2)$$

Consider the problem of minimization without conditions on the set $E_{\eta}^{k_s}(G, H)$ is to find ordered pair $\langle c^*, x^* \rangle$, where:

$$c^* = \min_{x \in E_{\eta}^{k_s}(G, H)} \sum_{i=1}^k c_i x_i, \quad x^* = \arg \min_{x \in E_{\eta}^{k_s}(G, H)} \sum_{i=1}^k c_i x_i \quad (3)$$

and $c_j \in R^1 \quad \forall j \in J_k$.

Theorem 1. Let $\beta_j = (\beta_1^j, \dots, \beta_{k_j}^j)$ is the permutation of elements of the set J_{k_j} , that is $\beta_j \in E_k^j(J_{k_j})$, for

$$c_{\beta_1^j} \geq \dots \geq c_{\beta_{r_j}^j} \geq c_{\beta_{r_j+1}^j} \geq \dots \geq c_{\beta_{k_j}^j}, \quad s_j \in J_{k_j}^0, \quad \forall j \in J_r. \quad (4)$$

Then a minimum is achieved at the point (3), which satisfies the conditions

$$x_{\beta_i^j}^* = g_i^{N_j} \quad \forall i \in J_{s_j}; \quad x_{\beta_{i+j}^j}^* = g_{\eta_j - r + i}^{N_j} \quad \forall i \in J_{r_j}, \quad \forall j \in J_s,$$

where the permutation $\beta_j \in E_k(J_{k_j})$ and the constant $s_j \in J_k^0$ satisfy (4), elements of the multiset G satisfy the relation, constants r_j and s_j satisfy the relation (2).

Theorem 2. Let $\varphi(x)$ be a convex and finite function, given on a convex closed set $X \subset R^k$, $E_{\eta}^{kx}(G, H) \subset X$. Then: 1) for all interior points $y \in X$

$$\varphi(x) \geq \varphi(y) - (p(y), y) + \sum_{j=1}^s \sum_{l=1}^{s_j} p_{\beta_l^j}(y) g_l^{N_j} + \sum_{i=s_j+1}^{k_j} p_{\beta_i}(y) g_{\eta_j-k_j+i}, \quad (5)$$

2) the sufficient condition for the point $y \in E_{\eta}^{kx}(G, H) \subset \text{int} X$ to be the point of a minimum on the set $E_{\eta}^{kx}(G, H)$ of the function $\varphi(x)$ is

$$p(y), y) = \sum_{j=1}^s \sum_{l=1}^{s_j} p_{\beta_l^j}(y) g_l^{N_j} + \sum_{i=s_j+1}^{k_j} p_{\beta_i}(y) g_{\eta_j-k_j+i},$$

where $p(y) = (p_1(y), \dots, p_k(y))$ is the subgradient of the function $\varphi(x)$ at the point y , the permutation $(\beta_1^j, \dots, \beta_{k_j}^j) \in E_{k_j}^j(J_{k_j})$ satisfies the condition

$$p_{\beta_1^j}(y) \geq p_{\beta_2^j}(y) \geq \dots \geq p_{\beta_{i_j}^j}(y) \geq 0 > p_{\beta_{i_j+1}^j}(y) \geq \dots \geq p_{\beta_{k_j}^j}(y),$$

and elements of the multiset G are ordered according to (1).

The above account provides a universal approach to the estimation of global extrema on Euclidean combinatorial sets of known convex functions. The examples of a meaningful formulation and the mathematical model of a problem, the set of admissible solutions of which is the Euclidean polyarrangement set are considered in [2]. Accounts of the special case of a polyarrangement set (in the cases of sets of permutations, polypermutations, arrangements) with meaningful formulations and corresponding models can be found, for instance, in [1].

The results given in this paper can be used when employing various combinatorial optimization methods. The sufficient conditions obtained provide the possibility of proving global optimization, and the estimates for z^0 proved here (z^0 is the right-hand side of inequality (5) or a similar inequality) enable one to find bounds for the absolute and relative errors $\Delta = \tilde{z} - z^0$ and $\delta = \Delta / |z^0|$ of an approximate solution \tilde{z} in the various local optimization algorithms on the set $E_{\eta}^{kx}(G, H)$ and its specific realizations (where z^0 denotes the minimum value of the objective function on $E_{\eta}^{kx}(G, H)$). In fact, by virtue of the inequality $z^0 \leq z^* \leq \tilde{z}$, we have $\Delta = \tilde{z} - z^0 \leq \tilde{z} - z^0$, and for $z^0 > 0$, we have $\delta = \Delta / z^0 \leq \tilde{z} / z^0 - 1$.

References

1. Стоян Ю.Г., Ємець О.О. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації. - Київ: Ін-т систем. досліджень освіти, 1993. - 188 с.
2. Ємець О.О., Ємець Є.М. Моделі задач формування портфеля цінних паперів у вигляді задач евклідової комбінаторної оптимізації / Полт. техн. ун-т. - Полтава, 1996. - 11 с. - Деп в ДНТБ України 16.04.96, №960-Ук96.

Вовк Д.	87	Гундар А.	131
Паригіна О.		Даниленко В.	135
Войтков В.	88	Шувар Р.	
Войцехівський С.	89	Дейнека В.	136
Войцеховська Т.	90	Скопецький В.	
Волков Ю.	91	Марченко О.	
Войналович Н.		Деканов С.	137
Волкопавов В.	92	Михалін Г.	
Быстрова О.		Демченко В.	138
Бушков В.	93	Демченко Л.	
Волос В.	94	Ляшко С.	
Гульчевський Л.		Демчик І.	139
Пукач П.		Демчик С.	
Воронова О.	95	Денисюк І.	140
Шишканова Г.		Русавва М.	
Воскресенський Е.	96	Дерець Е.	141
Гаврилова Л.	97	Ізйра Б.	142
Сова Г.		Ізундза А.	145
Гайдей В.	98	Моисеенко И.	
Галан В.	100	Моисеенко В.	
Галяс О.	101	Дышлис А.	146
Прокопишин І.		Барек Н.	
Хлебніков Д.		Дмитренко С.	147
Гандель Ю.	102	Дмитришин М.	148
Гануліч В.	105	Дмитришин Р.	149
Кадар Ю.		Долгов М.	150
Гарашенко Ф.	106	Ковтун І.	
Білоусова Н.		Долгов Н.М.	151
Гаркуша В.	107	Долгов Н.Н.	
Георгаліна О.	108	Домбровський Р.	152
Кирилов В.		Кирницька Н.	154
Ситник В.		Мироник В.	155
Герасин С.	109	Доценко О.	156
Гісь О.	110	Дреев О.	157
Яцків О.		Філер З.	
Гладка Ю.	111	Дугельный В.	158
Гладкий А.	112	Макаров В.	
Гоєнко Н.	113	Хребет В.	
Голикова А.	114	Дюженкова Л.	159
Головатий Ю.	115	Михалін Г.	
Лавренко А.		Дюженкова О.	160
Головач Г.	116	Дюкарев Ю.	161
Гончаренко В.	117	Д"яченко Н.	162
Гончаренко Я.	118	Білошкурська Л.	
Городецький В.	119, 120	Егоров В.	163 ✓✓
Житарук І.		Прокоф"єв Б.	
Денюк О.	121	Ельназаров А.	165
Горчакова І.	122	Ємець О.	166 ✓✓✓
Готинчан Т.	123	Євсєєва Л.	
Грабовская Р.	124	Романова Н.	
Перетнева В.		Ємець Є.	167
Григор"єв Ю.	125	Роскладка А.	168
Григорків В.	126	Єрьоменко Б.	170
Грищенко А.	127	Жабо Т.	171
Грищенко О.	128	Жукова Н.	172
Склеповий В.		Завізіон Г.	173
Слюсаренко В.		Смоліна О.	
Громик А.	129		
Гудивок П.	130		
Рудько В.			